

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -sen(x)$$
$$\frac{d}{dx} sen(x) = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[6]{10547}$ no intervalo entre 4 e 5 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 7y+ & 5z = & 80 \\ 8x+ & 4y+ & 9z = & 149 \\ 9x+ & 6y+ & 3z = & 108 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 7y+ & 8z = & 110 \\ 4x+ & 2y+ & 7z = & 66 \\ 9x+ & 6y+ & 5z = & 119 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 22x+ & 8y+ & 6z = & 194 \\ 5x+ & 29y+ & 8z = & 125 \\ 9x+ & 5y+ & 28z = & 185 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70546 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[6]{5527}$ no intervalo entre 4 e 5 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seccção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seccção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 9y+ & 2z = & 87 \\ 4x+ & 8y+ & 6z = & 98 \\ 5x+ & 7y+ & 7z = & 100 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 4y+ & 5z = & 103 \\ 3x+ & 5y+ & 6z = & 65 \\ 7x+ & 2y+ & 9z = & 98 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 16x+ & 9y+ & 3z = & 137 \\ 4x+ & 21y+ & 5z = & 139 \\ 6x+ & 5y+ & 29z = & 253 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70553 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A]|b \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{8460}$ no intervalo entre 6 e 7 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 2y+ & 7z = & 60 \\ 9x+ & 8y+ & 4z = & 104 \\ 3x+ & 6y+ & 9z = & 60 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 4y+ & 7z = & 92 \\ 7x+ & 9y+ & 2z = & 75 \\ 6x+ & 3y+ & 5z = & 67 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 15x+ & 5y+ & 4z = & 131 \\ 4x+ & 22y+ & 2z = & 142 \\ 5x+ & 8y+ & 27z = & 178 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70560 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[6]{5563}$ no intervalo entre 4 e 5 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 7y+ & 4z = & 91 \\ 5x+ & 6y+ & 3z = & 96 \\ 9x+ & 8y+ & 5z = & 146 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 3y+ & 8z = & 67 \\ 7x+ & 4y+ & 7z = & 84 \\ 9x+ & 2y+ & 6z = & 80 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 17x+ & 5y+ & 2z = & 192 \\ 4x+ & 14y+ & 2z = & 138 \\ 4x+ & 8y+ & 18z = & 128 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-71237 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{7584}$ no intervalo entre 5 e 6 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seccão	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seccão) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 8y+ & 6z = & 62 \\ 4x+ & 2y+ & 7z = & 34 \\ 9x+ & 5y+ & 3z = & 53 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 7x+ & 8y+ & 3z = & 106 \\ 6x+ & 4y+ & 9z = & 113 \\ 2x+ & 8y+ & 5z = & 105 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 20x+ & 7y+ & 7z = & 165 \\ 8x+ & 17y+ & 5z = & 207 \\ 8x+ & 2y+ & 24z = & 186 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70577 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}|\right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{7411}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 5y+ & 3z = & 107 \\ 2x+ & 7y+ & 3z = & 61 \\ 9x+ & 6y+ & 4z = & 125 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 9x+ & 7y+ & 6z = & 113 \\ 3x+ & 4y+ & 8z = & 88 \\ 5x+ & 4y+ & 2z = & 54 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 10x+ & 2y+ & 2z = & 62 \\ 9x+ & 15y+ & 2z = & 97 \\ 8x+ & 5y+ & 21z = & 215 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70584 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -sen(x)$$
$$\frac{d}{dx} sen(x) = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{9008}$ no intervalo entre 6 e 7 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 2y+ & 9z = & 48 \\ 4x+ & 5y+ & 8z = & 63 \\ 7x+ & 5y+ & 6z = & 83 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 6y+ & 2z = & 60 \\ 4x+ & 5y+ & 3z = & 64 \\ 9x+ & 8y+ & 7z = & 133 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 31x+ & 9y+ & 4z = & 216 \\ 9x+ & 27y+ & 8z = & 292 \\ 2x+ & 5y+ & 13z = & 113 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70591 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{6768}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 7y+ & 2z = & 80 \\ 3x+ & 9y+ & 5z = & 75 \\ 8x+ & 8y+ & 4z = & 112 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 6y+ & 4z = & 82 \\ 8x+ & 6y+ & 9z = & 138 \\ 7x+ & 5y+ & 3z = & 99 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 18x+ & 5y+ & 7z = & 160 \\ 4x+ & 16y+ & 2z = & 96 \\ 7x+ & 9y+ & 26z = & 137 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70603 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{8892}$ no intervalo entre 6 e 7 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 9y+ & 2z = & 66 \\ 8x+ & 5y+ & 6z = & 90 \\ 3x+ & 4y+ & 7z = & 85 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 6y+ & 9z = & 142 \\ 2x+ & 3y+ & 7z = & 91 \\ 8x+ & 5y+ & 5z = & 117 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 26x+ & 7y+ & 3z = & 255 \\ 7x+ & 15y+ & 2z = & 139 \\ 2x+ & 4y+ & 10z = & 76 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70610 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{8610}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 6y+ & 7z = & 76 \\ 6x+ & 3y+ & 4z = & 45 \\ 5x+ & 2y+ & 9z = & 70 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 6y+ & 7z = & 102 \\ 4x+ & 2y+ & 8z = & 92 \\ 9x+ & 4y+ & 3z = & 70 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 16x+ & 9y+ & 3z = & 221 \\ 5x+ & 21y+ & 4z = & 245 \\ 6x+ & 5y+ & 29z = & 209 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70627 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{5518}$ no intervalo entre 8 e 9 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-secção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 3y+ & 6z = & 47 \\ 2x+ & 9y+ & 8z = & 81 \\ 5x+ & 7y+ & 8z = & 77 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 7y+ & 3z = & 52 \\ 5x+ & 4y+ & 6z = & 76 \\ 5x+ & 9y+ & 8z = & 109 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 14x+ & 3y+ & 5z = & 120 \\ 3x+ & 16y+ & 9z = & 103 \\ 3x+ & 3y+ & 18z = & 69 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70634 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss

$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU

$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi

$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{8717}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-secção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 7y+ & 5z = & 47 \\ 8x+ & 8y+ & 3z = & 63 \\ 9x+ & 4y+ & 6z = & 74 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 7y+ & 9z = & 134 \\ 3x+ & 6y+ & 4z = & 83 \\ 8x+ & 2y+ & 5z = & 92 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 23x+ & 2y+ & 3z = & 202 \\ 4x+ & 16y+ & 4z = & 96 \\ 6x+ & 6y+ & 24z = & 162 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70641 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[6]{7061}$ no intervalo entre 4 e 5 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 4y+ & 2z = & 59 \\ 6x+ & 7y+ & 8z = & 120 \\ 6x+ & 9y+ & 3z = & 84 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 7x+ & 3y+ & 3z = & 60 \\ 4x+ & 9y+ & 8z = & 124 \\ 2x+ & 6y+ & 5z = & 79 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 33x+ & 8y+ & 9z = & 207 \\ 5x+ & 19y+ & 8z = & 218 \\ 7x+ & 3y+ & 16z = & 112 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70658 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{7874}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 3y+ & 8z = & 95 \\ 3x+ & 4y+ & 9z = & 104 \\ 6x+ & 7y+ & 2z = & 88 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 7y+ & 9z = & 73 \\ 6x+ & 2y+ & 8z = & 78 \\ 4x+ & 5y+ & 7z = & 70 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 25x+ & 3y+ & 8z = & 154 \\ 7x+ & 21y+ & 2z = & 142 \\ 5x+ & 4y+ & 19z = & 187 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70665 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{5911}$ no intervalo entre 5 e 6 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-secção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 8y+ & 9z = & 87 \\ 2x+ & 7y+ & 6z = & 52 \\ 4x+ & 3y+ & 7z = & 62 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 3y+ & 9z = & 63 \\ 7x+ & 5y+ & 2z = & 70 \\ 8x+ & 2y+ & 4z = & 50 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 28x+ & 5y+ & 9z = & 211 \\ 3x+ & 21y+ & 8z = & 194 \\ 4x+ & 6y+ & 26z = & 166 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70672 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -sen(x)$$
$$\frac{d}{dx} sen(x) = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{10751}$ no intervalo entre 6 e 7 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 7x+ & 9y+ & 7z = & 158 \\ 8x+ & 4y+ & 2z = & 106 \\ 5x+ & 6y+ & 3z = & 103 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 9y+ & 3z = & 106 \\ 8x+ & 8y+ & 5z = & 119 \\ 6x+ & 2y+ & 7z = & 63 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 17x+ & 3y+ & 8z = & 147 \\ 4x+ & 14y+ & 6z = & 96 \\ 9x+ & 3y+ & 20z = & 115 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70689 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{5682}$ no intervalo entre 5 e 6 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 5y+ & 2z = & 93 \\ 3x+ & 9y+ & 7z = & 121 \\ 4x+ & 6y+ & 8z = & 122 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 9y+ & 3z = & 105 \\ 8x+ & 9y+ & 7z = & 149 \\ 4x+ & 5y+ & 2z = & 64 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 24x+ & 3y+ & 5z = & 117 \\ 7x+ & 32y+ & 7z = & 113 \\ 6x+ & 4y+ & 18z = & 86 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-71206 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss

$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU

$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi

$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{9973}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 2y+ & 8z = & 82 \\ 9x+ & 9y+ & 7z = & 181 \\ 3x+ & 5y+ & 6z = & 93 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 6y+ & 4z = & 48 \\ 2x+ & 9y+ & 8z = & 71 \\ 7x+ & 8y+ & 3z = & 53 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 24x+ & 3y+ & 5z = & 139 \\ 6x+ & 27y+ & 9z = & 333 \\ 3x+ & 9y+ & 18z = & 234 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-71213 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, \ i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{9808}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 9y+ & 4z = & 73 \\ 5x+ & 8y+ & 6z = & 74 \\ 7x+ & 3y+ & 2z = & 37 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 7y+ & 6z = & 106 \\ 4x+ & 5y+ & 8z = & 124 \\ 8x+ & 9y+ & 2z = & 118 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 20x+ & 7y+ & 5z = & 183 \\ 6x+ & 22y+ & 4z = & 254 \\ 4x+ & 5y+ & 19z = & 213 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70696 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$\begin{aligned}(g(f(x)))' &= g'(f(x)).f'(x) \\ (f(x).g(x))' &= f(x).g'(x) + f'(x).g(x) \\ \frac{d}{dx} e^x &= e^x \\ \frac{d}{dx} \cos(x) &= -sen(x) \\ \frac{d}{dx} \sin(x) &= \cos(x)\end{aligned}$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
$$\begin{aligned}[A] &= [L][U] \\ [L].\{y\} &= \{b\} \\ [U].\{x\} &= \{y\}\end{aligned}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}|\right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{8550}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{aligned}7x + 9y + 5z &= 129 \\ 8x + 8y + 4z &= 120 \\ 3x + 6y + 2z &= 67\end{aligned}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{aligned}2x + 6y + 4z &= 52 \\ 4x + 8y + 9z &= 102 \\ 3x + 5y + 7z &= 76\end{aligned}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{aligned}27x + 8y + 5z &= 285 \\ 2x + 15y + 9z &= 96 \\ 9x + 5y + 30z &= 161\end{aligned}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70715 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{7553}$ no intervalo entre 5 e 6 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 6y+ & 4z = & 51 \\ 2x+ & 7y+ & 8z = & 68 \\ 2x+ & 3y+ & 9z = & 66 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 7y+ & 5z = & 158 \\ 9x+ & 4y+ & 3z = & 127 \\ 6x+ & 2y+ & 3z = & 89 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 20x+ & 3y+ & 7z = & 227 \\ 8x+ & 23y+ & 3z = & 223 \\ 7x+ & 5y+ & 20z = & 226 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70722 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss

$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU

$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi

$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{9277}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 8x+ & 2y+ & 9z = & 102 \\ 7x+ & 3y+ & 4z = & 71 \\ 7x+ & 6y+ & 5z = & 89 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 9x+ & 8y+ & 6z = & 123 \\ 7x+ & 5y+ & 4z = & 88 \\ 8x+ & 2y+ & 3z = & 80 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 26x+ & 5y+ & 3z = & 174 \\ 4x+ & 13y+ & 3z = & 120 \\ 3x+ & 5y+ & 24z = & 122 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70739 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{7546}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 6x+ & 4y+ & 9z = & 89 \\ 2x+ & 5y+ & 3z = & 59 \\ 8x+ & 7y+ & 3z = & 105 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 9y+ & 8z = & 72 \\ 5x+ & 7y+ & 7z = & 67 \\ 2x+ & 6y+ & 3z = & 40 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 12x+ & 5y+ & 3z = & 107 \\ 7x+ & 23y+ & 4z = & 221 \\ 7x+ & 5y+ & 22z = & 239 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70746 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -sen(x)$$
$$\frac{d}{dx} sen(x) = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{8803}$ no intervalo entre 6 e 7 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seccão	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seccão) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 8y+ & 6z = & 78 \\ 3x+ & 9y+ & 2z = & 52 \\ 7x+ & 5y+ & 4z = & 86 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 2y+ & 7z = & 59 \\ 4x+ & 6y+ & 4z = & 62 \\ 5x+ & 9y+ & 8z = & 97 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 23x+ & 7y+ & 2z = & 224 \\ 8x+ & 33y+ & 7z = & 238 \\ 6x+ & 6y+ & 28z = & 240 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70753 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d\ e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d\ cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d\ sen(x)}{dx} = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[4]{7528}$ no intervalo entre 9 e 10 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 3y+ & 6z = & 75 \\ 8x+ & 5y+ & 9z = & 161 \\ 5x+ & 4y+ & 7z = & 115 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 2x+ & 2y+ & 5z = & 56 \\ 8x+ & 9y+ & 6z = & 114 \\ 3x+ & 4y+ & 7z = & 82 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 28x+ & 8y+ & 2z = & 294 \\ 3x+ & 23y+ & 2z = & 129 \\ 7x+ & 5y+ & 26z = & 213 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70760 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{9549}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 9y+ & 3z = & 68 \\ 6x+ & 8y+ & 7z = & 100 \\ 7x+ & 2y+ & 5z = & 62 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 8y+ & 4z = & 98 \\ 7x+ & 8y+ & 3z = & 98 \\ 9x+ & 6y+ & 2z = & 80 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 21x+ & 6y+ & 7z = & 150 \\ 8x+ & 23y+ & 3z = & 141 \\ 9x+ & 2y+ & 17z = & 104 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-71149 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.
- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$
$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$
$$\frac{d \sin(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[7]{5429}$ no intervalo entre 3 e 4 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 3x+ & 7y+ & 4z = & 73 \\ 8x+ & 9y+ & 6z = & 138 \\ 2x+ & 2y+ & 5z = & 62 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 5x+ & 7y+ & 5z = & 108 \\ 8x+ & 6y+ & 9z = & 128 \\ 3x+ & 2y+ & 4z = & 47 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 19x+ & 5y+ & 2z = & 179 \\ 3x+ & 19y+ & 2z = & 179 \\ 6x+ & 2y+ & 14z = & 100 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70777 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bisseção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$

$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$

$$\frac{d e^x}{dx} = e^x$$

$$\frac{d \cos(x)}{dx} = -sen(x)$$

$$\frac{d \sen(x)}{dx} = \cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss
 $[A|b] \Rightarrow$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU
 $[A] = [L][U]$
 $[L].\{y\} = \{b\}$
 $[U].\{x\} = \{y\}$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi
 $\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[5]{6952}$ no intervalo entre 5 e 6 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-seção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bis-seção) que garanta convergência. Treine isso também.

4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 4x+ & 3y+ & 9z = & 69 \\ 2x+ & 8y+ & 6z = & 52 \\ 8x+ & 5y+ & 7z = & 103 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 7x+ & 4y+ & 9z = & 98 \\ 2x+ & 8y+ & 6z = & 100 \\ 3x+ & 5y+ & 6z = & 78 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 16x+ & 3y+ & 7z = & 126 \\ 5x+ & 26y+ & 3z = & 172 \\ 9x+ & 2y+ & 25z = & 262 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70784 - 02/10

Métodos numéricos - revisão

Este exercício deve ser feito em dupla. Registre a seguir no alto desta folha o nome dos componentes da dupla.

Raízes de funções

- Método de Bissecção
 - Arbitrar um intervalo $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{(a+b)}{2}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $(b - a) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método das cordas (posição falsa)
 - Arbitrar intervalor $[a, b]$ que compreenda a raiz.
 - Calcular $x_m = \frac{a.f(b)-b.f(a)}{f(b)-f(a)}$
 - Se $f(a).f(x_m) < 0$ o novo intervalo será $[a, x_m]$.
 - Se $f(a).f(x_m) > 0$ o novo intervalo será $[x_m, b]$.
 - Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo 2.

- Método de Newton
 - Arbitrar uma aproximação inicial x_0 .
 - Achar $f(x_0)$
 - Achar a derivada de $f(x)$ e calcular $f'(x_0)$
 - Calcular a aproximação melhorada

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

- Enquanto o erro $f(x_m) > \epsilon$, voltar ao passo anterior.

Lembrar que

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)).f'(x)$$
$$(f(x).g(x))' = f(x).g'(x) + f'(x).g(x)$$
$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$
$$\frac{d}{dx} \cos(x) = -sen(x)$$
$$\frac{d}{dx} sen(x) = cos(x)$$

Sistemas Lineares

$$[A]\{x\} = \{b\}$$

- Método de Gauss

$$[A|b] \Rightarrow$$

Sistema triangular superior

- Fatoração LU

$$[A] = [L][U]$$
$$[L].\{y\} = \{b\}$$
$$[U].\{x\} = \{y\}$$

onde
[U]=Triangular superior (de Gauss)
[L]=Triangular inferior (zero acima da diagonal principal, diagonal igual a 1 e multiplicadores de Gauss abaixo da diagonal)

- Método de Jacobi

$$\{x\}_{i+1} = [F].\{x\}_i + \{d\}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} & \dots \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} & \dots \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
$$\{d\} = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ \dots \\ b_n/a_{nn} \end{pmatrix}$$

critério de convergência de linhas:

$$\left(\sum_{j=1, i \neq j}^n |a_{ij}| \right) / |a_{ii}| < \forall i$$

🔗 Para você fazer

Resolva pelos 3 métodos, para poder comparar, a seguinte equação $x = \sqrt[6]{6670}$ no intervalo entre 4 e 5 e responda a seguir os 3 valores encontrados

1. bis-secção	
2. cordas	
3. Newton	

Observação importante: Para o método das cordas, avalie e atribua a seu critério, um intervalo (baseado no resultado obtido para o método da bissecção) que garanta convergência. Treine isso também.

- 4.Suponha o seguinte sistema linear

$$\begin{matrix} 7x+ & 6y+ & 5z = & 106 \\ 3x+ & 6y+ & 2z = & 76 \\ 8x+ & 9y+ & 4z = & 137 \end{matrix}$$

Resolva-o, usando o métodos escalonado de Gauss: entregue todos os cálculos efetuados e informe ao final os valores de $\{x\}$.

4.		
----	--	--

- 5. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 9x+ & 5y+ & 2z = & 80 \\ 6x+ & 7y+ & 6z = & 121 \\ 8x+ & 3y+ & 4z = & 81 \end{matrix}$$

Resolva-o pelo método LU e informe:

- a) A matriz $[L]$
- b) A matriz $[U]$
- c) o vetor $\{y\}$ e
- d) a solução (vetor $\{x\}$).

5d.		
-----	--	--

- 6. Suponha o sistema linear

$$\begin{matrix} 25x+ & 7y+ & 4z = & 137 \\ 8x+ & 25y+ & 5z = & 199 \\ 6x+ & 5y+ & 21z = & 153 \end{matrix}$$

Resolva-o por Jacobi e informe:

- a) A matriz $[F]$ e o vetor $\{d\}$
- b) Avalie se há convergência
- c) Resolva o sistema partindo do vetor inicial igual a $\{d\}$ com erro na primeira casa decimal.

6c.		
-----	--	--



112-70791 - 02/10