

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.3 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.6	2.1	-3.1	-2.3	2.5

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.25$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	93.8°C	205°C	370.7°C
Densidade $\rho_i$	934kg/m <sup>3</sup>	906kg/m <sup>3</sup>	866kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 233$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1518m	1276m	995m	779m	510m
dist. do alvo	34m	28m	15m	13m	7m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 880 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	55	72	82	99	120
consumo (km/l)	14.2	13.67	13.29	12.33	11.41

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 88 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.23	0.33	0.43	0.53	0.63	0.72
$f(x)$	0.15	0.26	0.3	0.34	0.37	0.41

Obtenha  $f(0.51)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.338$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.14)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, despreze os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.9	19	20.9	22.8
2	15.1	18.5	23	24.6
3	16.4	20.9	21.5	22.5

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	13	29	63	88	122	140
distância	0	11	30	58	101	147	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.418$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	120347	232704	577411	904775

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1972

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{13})$
- $f(\frac{11\pi}{17})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.192}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-68993 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.8 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.5	2.2	-2.8	-2.6	3.2

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.23$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.2°C	205°C	371°C
Densidade $\rho_i$	926kg/m <sup>3</sup>	903kg/m <sup>3</sup>	860kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 250$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1517m	1258m	1026m	733m	491m
dist. do alvo	33m	25m	17m	12m	8m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 950 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	61	72	81	97	121
consumo (km/l)	14.15	13.87	13.74	12.68	11.36

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 89 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.22	0.37	0.4	0.51	0.6	0.73
$f(x)$	0.22	0.24	0.32	0.33	0.37	0.38

Obtenha  $f(0.49)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 2.093$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.115)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	16.6	19	20.3	22.5
2	16.4	19	22.5	23.4
3	17.3	20.1	20.3	23.2

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	9	29	58	88	122	140
distância	0	8	32	59	103	148	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente à distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.344$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	120633	223868	576088	1022786

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1976

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{11})$
- $f(\frac{9\pi}{23})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.179}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69789 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherrri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

1. Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.4 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

2. Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	2.2	2	-3.2	-1.3	3.2

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.24$

3. As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.2°C	204.9°C	370.8°C
Densidade $\rho_i$	934kg/m <sup>3</sup>	900kg/m <sup>3</sup>	862kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 247$  °C

4. Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1502m	1236m	1005m	765m	509m
dist. do alvo	33m	27m	15m	13m	9m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 930 metros ?

5. Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	59	70	86	99	124
consumo (km/l)	14.1	13.87	13.54	12.53	11.31

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 89 km/h.

6. Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.24	0.36	0.42	0.54	0.61	0.72
$f(x)$	0.19	0.28	0.29	0.31	0.35	0.39

Obtenha  $f(0.49)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

7. Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 2.295$

8. Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.107)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

9. Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	16.4	19.6	20.5	22
2	15.5	19.7	22.5	24.4
3	17.7	20	20.8	22.1

10. Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	9	28	61	93	123	140
distância	0	13	27	59	100	146	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

11. Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.424$ .

12. Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	117070	244916	588227	857478

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1974

13. Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f\left(\frac{\pi}{19}\right)$
- $f\left(\frac{11\pi}{23}\right)$

14. Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.151}$ .

 Para você fazer, responda aqui:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69008 - 04/06

**Interpolação - Prática**

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

**Exercícios**

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.8 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.4	2.5	-2.7	-1.5	2.8

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.215$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.6°C	204.9°C	370.9°C
Densidade $\rho_i$	931kg/m <sup>3</sup>	905kg/m <sup>3</sup>	866kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T= 238$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1514m	1237m	997m	733m	521m
dist. do alvo	33m	24m	15m	9m	11m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 940 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	53	70	88	102	121
consumo (km/l)	14.25	13.87	13.44	12.43	11.66

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 83 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.22	0.38	0.4	0.56	0.62	0.76
$f(x)$	0.22	0.3	0.31	0.32	0.35	0.36

Obtenha  $f(0.54)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.595$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.129)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.4	19.8	20.8	22
2	15.2	18.8	21.2	23.1
3	17.7	19.1	21.9	22.3

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	12	34	63	92	122	140
distância	0	9	28	62	104	144	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente à distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximada de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.414$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	114759	231355	533688	991999

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1971

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{11})$
- $f(\frac{11\pi}{15})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.106}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69015 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherrri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

1. Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.6 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

2. Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.9	2.4	-2.8	-2.6	3.1

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.2$

3. As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	93.8°C	205.2°C	370.7°C
Densidade $\rho_i$	931kg/m <sup>3</sup>	906kg/m <sup>3</sup>	860kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 246$  °C

4. Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1484m	1280m	990m	763m	495m
dist. do alvo	35m	24m	16m	10m	8m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 950 metros ?

5. Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	59	67	82	100	120
consumo (km/l)	14.4	13.87	13.74	12.43	11.61

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 89 km/h.

6. Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.19	0.34	0.42	0.56	0.64	0.73
$f(x)$	0.15	0.26	0.27	0.34	0.37	0.44

Obtenha  $f(0.53)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

7. Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.774$

8. Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.104)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

9. Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	16.9	19.8	21.4	21.9
2	15.5	18.4	22	24.3
3	16.2	20.1	20.3	22.2

10. Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	13	28	60	93	119	140
distância	0	8	27	59	100	148	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

11. Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.435$ .

12. Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	112563	234576	586873	959544

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1971

13. Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{5})$
- $f(\frac{9\pi}{21})$

14. Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.172}$ .

 Para você fazer, responda aqui:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69022 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.5 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.4	2.1	-2.5	-2.5	3.4

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.2$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.2°C	204.7°C	371.1°C
Densidade $\rho_i$	934kg/m <sup>3</sup>	903kg/m <sup>3</sup>	859kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 240$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1494m	1260m	1015m	741m	505m
dist. do alvo	36m	25m	18m	13m	11m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 910 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	55	67	87	96	120
consumo (km/l)	14.15	13.72	13.44	12.43	11.71

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 83 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.23	0.34	0.44	0.51	0.61	0.74
$f(x)$	0.19	0.26	0.27	0.35	0.37	0.41

Obtenha  $f(0.53)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 2.137$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.184)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	18	18.8	20.8	22.2
2	16.8	18.2	21.7	23.6
3	17.1	19.4	20.7	22.4

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	8	34	62	92	124	140
distância	0	8	30	61	105	144	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente à distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.421$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	120953	236339	565802	879529

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1979

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{5})$
- $f(\frac{8\pi}{17})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.136}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69208 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

1. Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.5 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

2. Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	2.2	2.5	-2.9	-2.3	3

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.155$

3. As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94°C	205.1°C	371.4°C
Densidade $\rho_i$	926kg/m <sup>3</sup>	907kg/m <sup>3</sup>	864kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 232$  °C

4. Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1493m	1234m	1028m	771m	533m
dist. do alvo	35m	24m	14m	11m	11m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 870 metros ?

5. Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	58	69	88	103	116
consumo (km/l)	14.4	13.77	13.69	12.63	11.76

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 82 km/h.

6. Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.23	0.34	0.42	0.52	0.63	0.74
$f(x)$	0.15	0.23	0.3	0.32	0.34	0.36

Obtenha  $f(0.5)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

7. Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.754$

8. Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.184)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, despreze os extremos acima.

9. Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17	18.1	21.3	21.9
2	16.1	18.4	22.9	24.1
3	16.5	19.3	21.2	22.9

10. Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	10	28	62	89	123	140
distância	0	8	27	63	101	146	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

11. Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.392$ .

12. Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	113308	206887	574660	1015793

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1975

13. Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{19})$
- $f(\frac{8\pi}{19})$

14. Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.17}$ .

 Para você fazer, responda aqui:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69039 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherrri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

1. Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.1 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

2. Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.8	2.7	-2.4	-1.5	2.5

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.17$

3. As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.3°C	205.3°C	371.4°C
Densidade $\rho_i$	928kg/m <sup>3</sup>	906kg/m <sup>3</sup>	865kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 232$  °C

4. Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1487m	1260m	989m	758m	491m
dist. do alvo	36m	25m	16m	9m	9m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 910 metros ?

5. Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	56	68	89	100	124
consumo (km/l)	14.15	13.57	13.69	12.38	11.71

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 84 km/h.

6. Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.2	0.35	0.42	0.54	0.59	0.73
$f(x)$	0.16	0.25	0.29	0.33	0.35	0.37

Obtenha  $f(0.51)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

7. Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.314$

8. Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.103)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

9. Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.7	18.3	21.1	22.2
2	16.5	19	21.7	23.3
3	16.4	20.2	21.1	23.2

10. Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	14	34	59	93	124	140
distância	0	11	29	58	99	148	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

11. Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.412$ .

12. Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	113794	232247	520292	895485

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1974

13. Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f\left(\frac{\pi}{19}\right)$
- $f\left(\frac{8\pi}{19}\right)$

14. Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.19}$ .

 Para você fazer, responda aqui:

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69046 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.3 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	2	2.8	-2.9	-2.7	3

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.23$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	93.7°C	204.9°C	371.4°C
Densidade $\rho_i$	931kg/m <sup>3</sup>	903kg/m <sup>3</sup>	862kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 231$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1525m	1254m	1005m	755m	493m
dist. do alvo	33m	27m	14m	12m	9m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 900 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	53	66	82	102	119
consumo (km/l)	14.25	13.97	13.69	12.68	11.51

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 81 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.19	0.34	0.41	0.55	0.59	0.73
$f(x)$	0.17	0.27	0.28	0.31	0.35	0.39

Obtenha  $f(0.54)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 2.232$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.121)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, despreze os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.7	19.9	21.1	22.5
2	16.1	18.3	22.9	23.3
3	16.3	20.7	21.3	24

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	14	31	60	92	119	140
distância	0	12	29	57	100	145	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.356$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	111883	215780	506933	1051036

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1978

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{13})$
- $f(\frac{9\pi}{17})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.182}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69060 - 04/06

## Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.6 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	1.8	2	-3	-2.1	3

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.225$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	93.7°C	204.8°C	371.1°C
Densidade $\rho_i$	929kg/m <sup>3</sup>	901kg/m <sup>3</sup>	862kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 247$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1524m	1250m	1029m	748m	494m
dist. do alvo	35m	24m	15m	11m	11m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 860 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	61	74	85	103	124
consumo (km/l)	14.55	13.67	13.39	12.33	11.36

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 88 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.19	0.35	0.44	0.53	0.64	0.75
$f(x)$	0.21	0.22	0.29	0.3	0.39	0.4

Obtenha  $f(0.5)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 2.298$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.123)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, desconsidere os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.2	19.1	21.5	22.6
2	15.9	19.1	21.1	24
3	16.2	20.9	21.4	22.6

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	8	29	62	88	124	140
distância	0	7	26	63	103	149	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente à distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.426$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	120835	243367	588980	963063

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1973

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{19})$
- $f(\frac{11\pi}{23})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.132}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69077 - 04/06

### Interpolação - Prática

Estes exercícios estão baseados no material da Unesp - Bauru, Faculdade de Ciências, dos autores Cherri, A; Vianna, A; Balbo, A e Baptista, E. Disponível em maio/19 em [www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf](http://www.fc.unesp.br/~adriana/Numerico/Interpolacao.pdf)

### Exercícios

**1.** Calcule um valor aproximado para cosseno de 0.4 utilizando a fórmula de Lagrange para os pontos -1, 0, 1 e 2. Sabe-se que  $\cos(-1)=0.5403023059$ ;  $\cos(0)=1$ ;  $\cos(1)=0.5403023059$  e  $\cos(2)=-0.4161468365$ . Note que este exercício é apenas didático (já que a função cosseno é conhecida com a aproximação desejada em qualquer ponto do seu domínio). Aproveite para comparar o resultado achado na interpolação vis-a-vis o resultado dado pela função cosseno original. Lembre que a unidade de ângulo aqui é o radiano.

**2.** Considere a função  $y = f(x)$  definida pela tabela

$x$	-2	0	1	2	3
$f(x)$	2.2	2.8	-3.2	-2	3.2

Usando a interpolação polinomial de 5 pontos, ou então o algoritmo de Lagrange (tanto faz) calcule um valor aproximado para  $x = 0.22$

**3.** As densidades do sódio para três temperaturas são dadas a seguir:

$i$	0	1	2
Temperatura $T_i$	94.1°C	204.8°C	371°C
Densidade $\rho_i$	927kg/m <sup>3</sup>	900kg/m <sup>3</sup>	859kg/m <sup>3</sup>

Utilizando a Fórmula da Interpolação de Lagrange, estime o valor aproximado da densidade para  $T = 248$  °C

**4.** Um paraquedista realizou seis saltos, saltando de altura distinta a cada salto. Testou-se a precisão de seus saltos em relação a um alvo de 5m de raio, de acordo com a altura. A distância apresentada na tabela abaixo é relativa à circunferência.

alt	1516m	1244m	992m	742m	499m
dist. do alvo	35m	24m	14m	11m	7m

Levando em consideração dos dados acima, a que provável distância do alvo o paraquedista cairia se saltasse de uma altura de 940 metros ?

**5.** Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os resultados a seguir, quando se analisou o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 76 km.

velocidade (km/h)	55	67	83	100	122
consumo (km/l)	14.45	13.87	13.49	12.73	11.31

Verifique o consumo aproximado no caso da velocidade a usar seja de 88 km/h.

**6.** Seja  $f(x)$  dada na forma tabular

$x$	0.19	0.38	0.4	0.56	0.64	0.72
$f(x)$	0.18	0.27	0.29	0.3	0.34	0.41

Obtenha  $f(0.54)$  usando um polinômio de grau 3. Lembre que para obter um polinômio de grau 3 usam-se 4 pontos. Como há 6 pontos, você deve sacrificar 2 deles. Em casos reais, use a estratégia que fizer mais sentido para você, mas neste exercício despreze os 2 extremos.

**7.** Dada a tabela

$x$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$f(x)$	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

Obtenha  $x$ , tal que  $e^x = 1.951$

**8.** Construa uma tabela para a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  usando os pontos 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 e 1.3. Estime o valor de  $\text{sen}(1.142)$  usando um polinômio de 3º grau. Como só podem ser usados 4 pontos, despreze os extremos acima.

**9.** Durante três dias consecutivos foi tomada a temperatura em °C em Curitiba, por 4 vezes no período das 6 às 12 horas. Determine, usando todos os dados abaixo, a média das temperaturas nos três dias às 09h00.

dia	06h00	08h00	10h00	12h00
1	17.7	19.9	20.8	21.8
2	15.5	19.5	22.6	24.8
3	16.3	20.1	21.8	23.9

**10.** Um automóvel percorreu 160 km numa rodovia que liga Biguaçu a Joinville. Gastou nesse trajeto 2 horas e 20 minutos. A tabela abaixo dá o tempo gasto e a distância percorrida entre as 2 cidades.

tempo	0	10	33	61	93	120	140
distância	0	13	27	60	100	148	160

Determine:

- Qual foi aproximadamente a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 45 minutos de viagem, considerando apenas os quatro primeiros pontos da tabela?
- Quantos minutos o automóvel gastou para chegar à metade do caminho?

**11.** Construa a tabela de  $\log_{10}(x)$ , usando 6 pontos igualmente espaçados de tal forma que  $x_0 = 2$  e  $x_5 = 3$ . Usando a interpolação, determine o valor aproximado de  $x$  tal que  $\log_{10}(x) = 0.355$ .

**12.** Na tabela abaixo está assinalado o número de habitantes (fictícios) de Londrina nos censos de 1950, 1960, 1970 e 1980.

Ano	1950	1960	1970	1980
Habitantes	118338	248327	526671	927455

Determine o número aproximado de habitantes de Londrina em 1979

**13.** Seja a função

$$\frac{2\text{sen}^2 x}{x + 1}$$

Utilizando apenas os dados da tabela abaixo

$i$	$x_i$	$\text{sen}(x_i)$
0	0	0.00
1	$\pi/6$	0.5
2	$\pi/4$	0.7071067812
3	$\pi/3$	0.8660254038
4	$\pi/2$	1.0

Determine agora:

- $f(\frac{\pi}{11})$
- $f(\frac{9\pi}{21})$

**14.** Use os valores de  $e^{0.0}$ ,  $e^{0.2}$  e  $e^{0.4}$  para determinar o valor aproximado de  $e^{0.114}$ .

**☞ Para você fazer, responda aqui:**

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10.1	10.2	11	12	13.1	13.1	14



119-69796 - 04/06