

Árvores São estruturas muito úteis e usadas em ciência da computação. O nome vem de uma certa semelhança (?) com as árvores do mundo real, só que aqui ao contrário da natureza, as árvores crescem para baixo, como se elas estivessem penduradas no céu.

Nossas árvores serão usadas para representar procedimentos ou para guardar dados, mas em ambos os casos elas terão as seguintes características comuns:

- uma estrutura hierárquica de nodos interligados
- o nodo inicial é a RAIZ
- os nodos finais são as FOLHAS
- uma ligação entre a raiz e uma folha é um CAMINHO
- em uma ligação, o nodo superior é o PAI e o inferior o FILHO
- a analogia familiar se mantém: irmão, neto, avô etc ¹
- A altura da árvore é o comprimento do maior caminho
- O nível de um nodo é o comprimento da ligação entre esse nodo e a raiz (O nível da raiz é zero).
- O grau de uma árvore é o número máximo de filhos que qualquer nodo pode ter. Uma árvore binária tem grau=2.
- O grau de um nodo é o número de filhos que ele tem.
- Na árvore não pode haver ciclos: se houver vira um grafo.

Árvores são muito comuns em nosso dia a dia, senão vejamos alguns exemplos: a) O esquema de diretórios do UNIX (e do windows); b) Uma tabela da copa do Brasil (e de qualquer torneio mata-mata); c) Uma árvore genealógica; etc.

As árvores como estruturas de armazenamento de dados serão estudadas com bastante detalhe no segundo ano em estruturas de dados, já que elas são a base de inúmeros desenvolvimentos da ciência da computação. Por exemplo, elas dão funcionalidade aos índices de praticamente todos os sistemas de gerenciamento de bancos de dados existentes, estão no âmago dos algoritmos dos principais compressores de dados, operacionalizam os métodos mais rápidos de busca de dados, só para ficar no básico.

Outra característica importante das árvores é que elas são estruturas recursivas ² por excelência e só usando este método é que sua exuberante funcionalidade se mostra por inteiro. Novamente, tem-se que esperar: o tema recursividade é estudado também no segundo ano.

O assunto aqui é a árvore como estrutura auxiliar de um algoritmo. Eis alguns dos problemas que ela ajuda a resolver:

Problema das 8 moedas Existem 8 moedas, visualmente indistinguíveis. Uma delas tem peso diferente. É mais leve ou mais pesada. Usando uma balança de 2 pratos no máximo 3 vezes, identificar qual a moeda diferente e qual a diferença.

O jogo do 8 Este jogo é jogado por dois adversários que lançam em sua vez uma jogada composta do número 1, 2 ou 3. O jogador está impedido de repetir a jogada anterior de seu adversário. As jogadas vão sendo somadas, e o jogador que atingir 8 ganha. Quem passa de 8 perde. Não há empate. Qual deve ser a estratégia geral ?

Matrículas em cursos livres Suponha uma oferta de turmas e horários de um determinado curso em que os alunos devem se inscrever. Cada aluno pode construir seu horário, sujeito à regra de que não pode haver horários encavalados. A solução pode ser obtida desenhando-se uma árvore em que cada nível é ocupado por uma disciplina. A ligação entre níveis ocorre apenas quando não há incompatibilidade. Um caminho sinaliza um conjunto compatível.

Representação de expressões Na expressão $1+2\times 3$, o que deve ser feito antes ? $1+(2\times 3)$ ou $(1+2)\times 3$?

¹Se bem que nem sempre dá muito certo. Veja-se o texto abaixo, publicado no início do século em um jornal alemão: "...eu me casei com uma viúva que tinha uma filha crescida. Meu pai que nos visitava com frequência apaixonou-se pela minha enteada e se casou com ela. Assim meu pai se tornou meu genro e minha enteada se tornou minha mãe. Alguns meses mais tarde minha esposa deu a luz à um filho que se tornou cunhado de meu pai e ao mesmo tempo meu tio. A esposa de meu pai que é minha enteada também teve um filho. Desta maneira eu ganhei um irmão e ao mesmo tempo um neto. Minha esposa tornou-se agora minha avó já que ela é mãe de minha mãe. Assim sendo eu sou o marido de minha esposa e ao mesmo tempo seu enteado-neto. Em outras palavras, tornei-me meu próprio avô."

²Uma estrutura é recursiva quando é definida em termos dela própria. Por exemplo, a definição dos números naturais, em termos dos axiomas de Peano:

- O primeiro natural é o zero
- O sucessor de um número natural é um número natural

O jogo do 31 Jogue um dado: a face que fica para cima dá o valor inicial da soma corrente. Daí por diante cada jogador faz uma jogada tomando o dado para um lado (uma das quatro faces possíveis. A face oposta não pode ser escolhida. A soma entre a face apresentada e a oposta é sempre 7). A face que aparece é então somada. O jogo prossegue até que o jogador que ao tomar o dado totalize 31 ganha. Quem ultrapassar 31 perde. Não há empate. Para se achar na árvore, na hora de desenhar o nodo, use [] para minha jogada e () para a jogada do adversário.

Cruzamento de fronteiras Que caminho seguir entre dois países de maneira a minimizar o cruzamento de fronteiras ? Basta colocar a origem na raiz e buscar uma folha = destino que esteja no menor nível. Ao examinar o mapa, a relação pai-filho significa "faz fronteira com".

Achar Duplicatas Uma boa e eficiente maneira de procurar itens duplicados em uma lista é construir com ela uma Árvore Binária de Pesquisa, também conhecida como ABP. Nela, usa-se uma única regra: dado um elemento qualquer na raiz, o filho esquerdo e todos os seus descendentes são MENORES do que a raiz. O filho direito e todos os seus descendentes são MAIORES do que a raiz.

O jogo dos 3 peões Imagine um tabuleiro 3×3 de xadrez. Na linha 1 há 3 peões brancos e na linha 3, 3 peões pretos. O movimento é o usual entre peões, sa saber:

- As brancas ou pretas podem mover-se um espaço para a frente, ocupando uma casa desocupada.
- Também, em diagonal, para capturar um peão adversário que é retirado do tabuleiro

Vence o jogo quem chegar à linha base do adversário OU bloqueando o adversário de modo que ele fica sem ter para onde se mover OU capturando todas as peças do adversário.

Qual uma boa estratégia ? Ainda, a propósito, como representar os nodos da árvore ?

Encontrar a saída de um laberinto Constrói-se a árvore colocando o ponto inicial na raiz. Daí, a cada local de decisão cria-se um nodo, cujos filhos serão todas as alternativas nesse ponto de decisão. Prossegue-se até que um nodo coincida com a saída. O caminho que liga esta folha à raiz é a solução do laberinto.

Tries Estas árvores cujo nome deriva da palavra reTRIEval (=recuperação) são a alternativa mais rápida que existe para a criação de dicionários (por exemplo aquele usado pelo Word quando se lhe manda fazer uma verificação num texto recém digitado).

Xadrez Os jogadores automáticos de xadrez tem sua estratégia de jogo construída a partir de uma árvore denominada árvore Minimax. A situação atual do tabuleiro está na raiz. Cada uma das jogadas possíveis gera um filho. Como em média, a cada lance há cerca de 30 respostas possíveis (em média), a cada ciclo do jogo (2 lances) a árvore cresce 900 vezes. Ou seja: 1 ciclo=900 nodos, 2 ciclos=900² = 810.000 nodos, 3 ciclos=900³ = 729.000.000 nodos, 4 ciclos=900⁴ = 656.100.000.000 nodos, 5 ciclos =900⁵ = 5.904 x 10¹⁴, 6 ciclos =900⁶ = 5.314 x 10¹⁷, 10 ciclos=900¹⁰ = 3.486 x 10²⁹, 20 ciclos=900²⁰ = 1.215 x 10⁵⁹, e assim por diante. O Deep Blue, que ganhou do campeão mundial Gary Kasparov em 1997, conseguia em certos casos estudar a profundidade 48 (24 ciclos) na árvore.

Deve-se lembrar que um jogo comum de xadrez tem entre 40 e 50 ciclos, logo a árvore total do jogo de xadrez poderia ter 900¹⁰⁰ = 2.656139889 x 10²⁹⁵ nodos. Apenas para comparação os físicos dizem que o número total de elétrons em todo o universo é menor do que 10⁸⁰. Este algoritmo está baseado no algoritmo A* (Hart, 1968 e 1972) e será estudado em inteligência artificial no quarto ano (Tópicos Especiais).

Árvore de decisão Veja-se também o conceito de árvore de decisão (/material/arvores/arvores.decisao.tex).

☞ Para você fazer

Fronteiras Você está no estado de PR e quer ir para o estado de MT atravessando o menor número possível de fronteiras estaduais. Esse menor número é de _____.

Jogo 31 É sua vez de jogar e a soma apresenta 23 e o seu adversário acabou de jogar 3 . Você deve construir toda a árvore do jogo até as folhas. Depois disso, diga aqui _____ quantas folhas indicam que você ganhou o jogo.

ABP A Árvore Binária de Pesquisa construída com os elementos

5 26 44 80 22 85 33 87 71 8 81 72 42 34 54

terá altura de _____
 - 1 - /