Exercício : 1 _____ / _____ / _____

Algoritmo A*: o problema das jarras

Um problema de busca em espaço de estados pode ser colocado de maneira formal como uma tripla $P = \{I, O, C\}$, onde I é uma determinada condição inicial, C é uma condição que deve ser satisfeita por um determinado estado para encerrar a busca e O é uma lista de operadores que determinam modificações ou transformações em um estado.

Diz-se que I' é sucessor de I, se é alcançável a partir de I pela aplicação de um número finito de operadores O. Se I' é obtido de I pela aplicação de um único operador, diz-se que I' é sucessor imediato de I ou que I gera I'.

Ao conjunto de todos os estados que podem ser alcançados a partir de I denomina-se espaço de busca ou espaço de estados. Estima-se existirem no xadrêz cerca de 10^{120} estados. (Para comparar: estimam-se existirem 10^{80} elétrons no universo).

Uma seqüência de operadores $O_1, O_2, ...O_n$ é uma solução do problema se sua aplicação sobre I satisfaz C. Ou seja, se $C(O_n(O_{n-1}(...(O_1(I))))$ é verdadeira.

Se pudermos provar que não existe tal seqüência, o problema $P = \{I, O, C\}$ não tem solução. Se a seqüência é vazia, o problema já estava resolvido (I satisfazia C). Para que a solução não gere expressões redundantes exigir-se-á que a sua aplicação não introduza ciclos.

Um dos problemas de estados mais simples é dado pelo problema das jarras

O problema das jarras

Existem 4 jarras, com capacidades medidas em litros. Por hipótese, apenas a primeira está cheia de nectar dos deuses. As outras 3 jarras estão vazias.

O problema estabelece que uma certa divisão desse nectar deve ser obtida usando-se o intercâmbio de líquido entre as jarras. As jarras não são marcadas com escalas.

Por exemplo, sejam 4 jarras de 8, 5, 7 e 3 litros. Apenas a primeira (a de 8 l) está cheia, as demais estão vazias. Pede-se a divisão em 2, 2, 1 e 3 litros. Este, claramente, é um problema de busca em espaço de estados.

Tem-se um espaço inicial (8,0,0,0) e busca-se um final (2,2,1,3).

Neste caso k_1=multiplicador da profundidade e k_2=multiplicador de h', e por hora, $k_1 = k_2 = 1$.

Podem-se distinguir 12 operadores, a saber:

1. $1 \Rightarrow 2$ (deve ser lido como operador 1: derramar a jarra 1 na jarra 2)
2. $1 \Rightarrow 3$,
3. $1 \Rightarrow 4$
4. $2 \Rightarrow 1$
5. $2 \Rightarrow 3$
6. $2 \Rightarrow 4$
7. $3 \Rightarrow 1$
8. $3 \Rightarrow 2$
9. $3 \Rightarrow 4$
10. $4 \Rightarrow 1$
11. $4 \Rightarrow 2$ e
12. $4 \Rightarrow 3$

Note-se que não se pode desperdiçar (deitar fora) nenhuma gota do precioso líquido. A função estimadora (h') é definida como a soma das diferenças em valor absoluto entre os conteúdos atuais e os pretendidos para as 4 jarras.

Por exemplo h' de (8,0,0,0) é: $8 - 2 = 6$, $0 - 2 = -2$, $0 - 1 = -1$, $0 - 3 = -3$, que somado em valor absoluto dá: $6 + 2 + 1 + 3 = 12$.

Para resolver este problema, pede-se a criação de uma árvore de busca cujo nodo contém 9 valores: 1=jarra1, 2=jarra2, 3=jarra3, 4=jarra4, 5=profundidade, 6=h', 7=endereço (cursor) do pai, 8=operador usado e 9=último operador usado na geração de um filho.

Exemplo

Acompanhe no exemplo: Seja o caso (9,4,5,3) para obter (2,3,1,3), sabendo-se que as garrafas começam com (9,0,0,0). A árvore gerada é:

O nodo inicial é (9,0,0,0) cujo h' é de 14 (custo=14). A aplicação do operador 1 gera o nodo (5,4,0,0) cujo h' é 8 (custo=9). O nodo (5,4,0,0) deve ser o expandido. O operador 1 está fora de questão (porquê ?), e portanto usa-se o operador 2 (jarra 1 na jarra 3) e fica (0,4,5,0), cujo h' é 10 e custo é 12. O menor custo segue sendo o de (5,4,0,0) com operador 3 (j_1 na j_4) e fica (2,4,0,3) cujo h' é 2 e custo é 4. O menor custo agora pertence a (2,4,0,3). O operador 1 não pode ser aplicado (porquê?) aplica-se o operador 2 e fica (0,4,2,3) h'=4 e C=7. O menor custo segue sendo 4, e o próximo operador é 4 gerando (6,0,0,3) cujo h' = 8 e custo=11. ... E assim por diante.

Note que:

- Em caso de empate entre dois nodos, é expandido o de menor numero
- A profundidade da raiz é zero.
- filhos já existentes (duplos) são inválidos e não são gerados
- O limite de recepção de cada jarra é a sua capacidade (não há derramamento). Ou seja, a qualquer momento a soma de qualquer estado é igual a quantidade de líquido inicial.

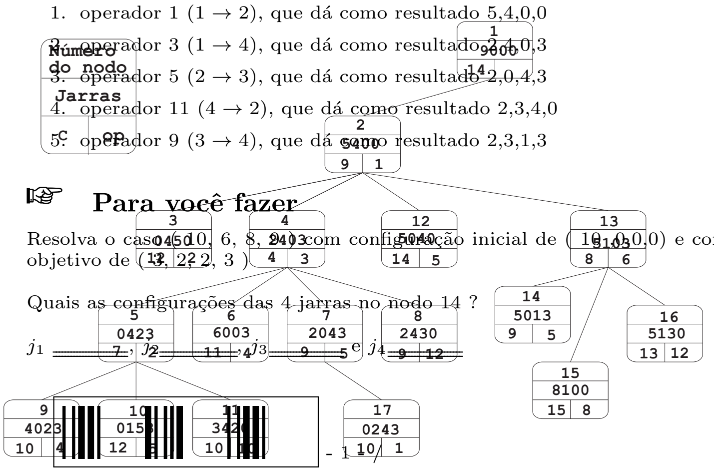

Figura 1: árvore do exemplo

Solução do exemplo

Completando-se o exemplo dado, a árvore terá 53 nodos e a solução é:

1. operador 1 ($1 \rightarrow 2$), que dá como resultado 5,4,0,0
2. operador 3 ($1 \rightarrow 4$), que dá como resultado 2,4,0,3
3. operador 5 ($2 \rightarrow 3$), que dá como resultado 2,0,4,3
4. operador 11 ($4 \rightarrow 2$), que dá como resultado 2,3,4,0
5. operador 9 ($3 \rightarrow 4$), que dá como resultado 2,3,1,3

☞ Para você fazer

Resolva o caso (10, 6, 8, 9) com configuração inicial de (10,0,0,0) e com objetivo de (3, 2, 2, 3)

Quais as configurações das 4 jarras no nodo 14 ?

j_1 _____, j_2 _____, j_3 _____ e j_4 _____