

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

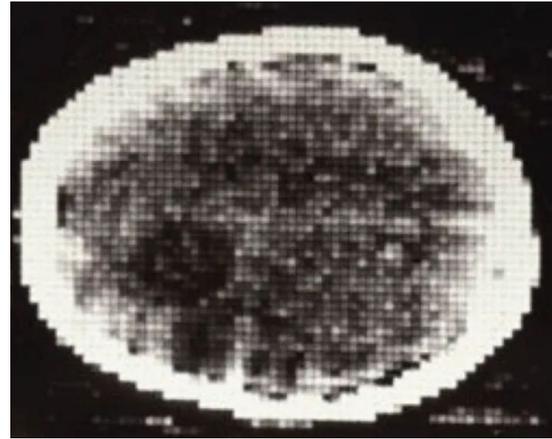
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	0	10	0	10	0	0	0
30	0	0	9	0	11	0	0	0	9	0	0
60	0	0	0	11	11	0	0	0	7	0	0
90	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0	0
120	0	0	0	11	0	0	11	9	0	0	0
150	0	0	0	0	11	10	0	0	7	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75789 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

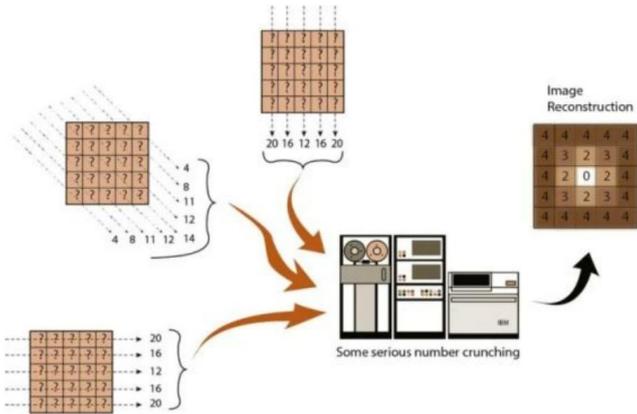
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capacete ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

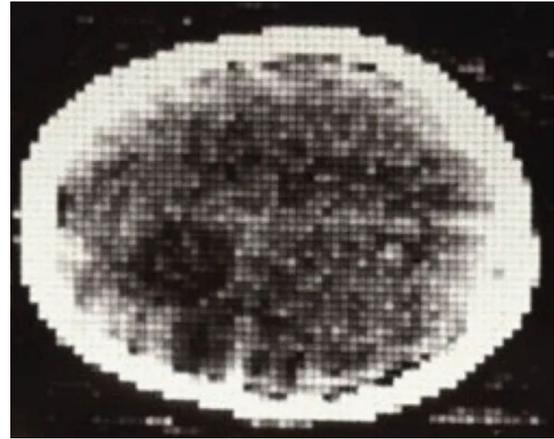


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	0	0	0	10	10	0	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	0	0	11	11	0	0	0	0	7	0
90	0	0	0	10	10	0	0	0	0	10	0
120	0	0	0	11	0	0	11	11	0	0	0
150	0	0	0	11	0	10	0	11	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75796 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

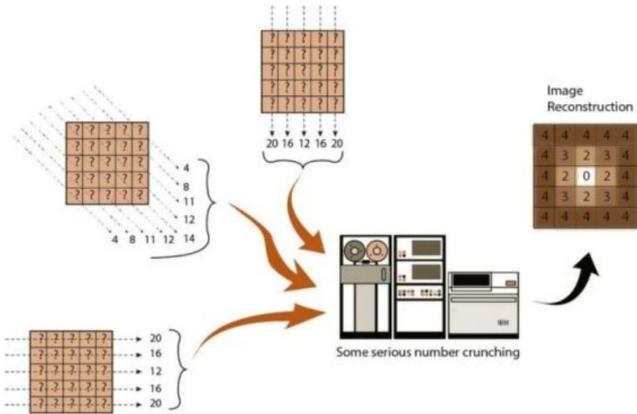
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

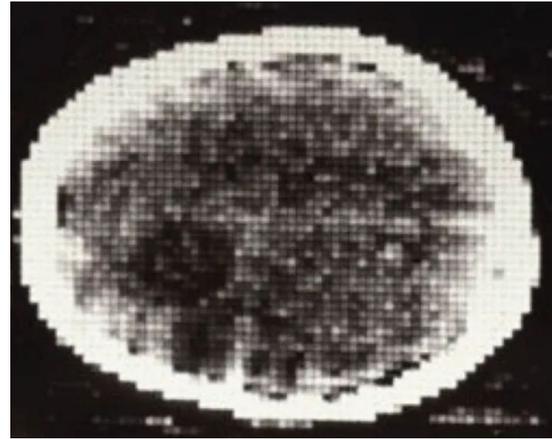


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0
30	0	0	0	11	0	10	0	0	0	0	5
60	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	5
90	0	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0
120	0	0	0	0	11	0	11	0	9	0	0
150	0	0	0	0	22	0	0	0	0	7	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75808 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

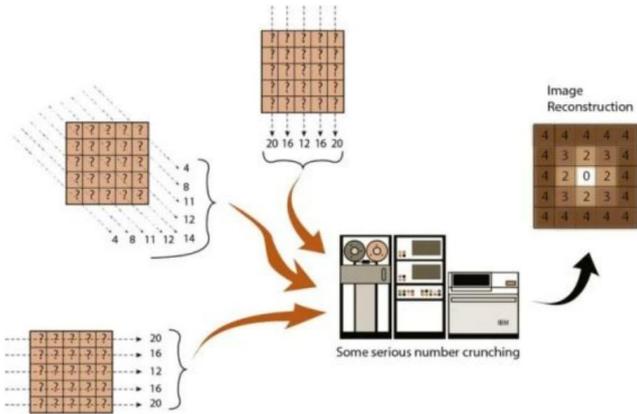
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

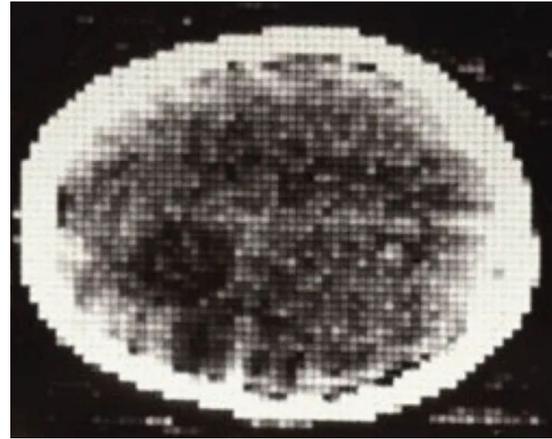


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	10	0	0	0	10	10	0	0
30	0	0	0	11	0	0	0	11	9	0	0
60	0	0	0	11	0	10	0	0	9	0	0
90	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	7	0	0	11	0	11	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75815 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

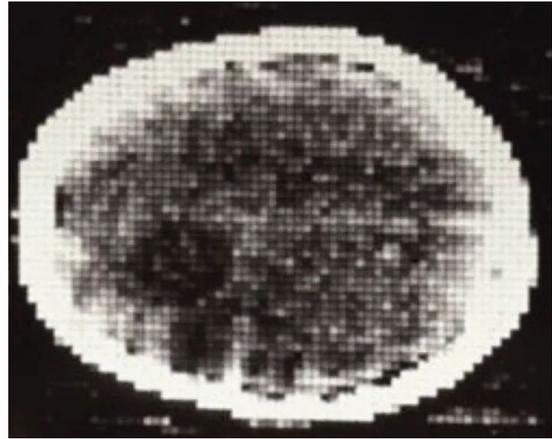
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capacet ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada  $360^\circ$  gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	0	10	0	10	0	0	0
30	0	0	0	0	11	0	11	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	10	22	0	0	0	0
90	0	0	0	0	10	0	10	0	0	10	0
120	0	0	0	11	0	0	11	0	0	0	5
150	0	0	0	11	0	0	0	0	0	0	5

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75822 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

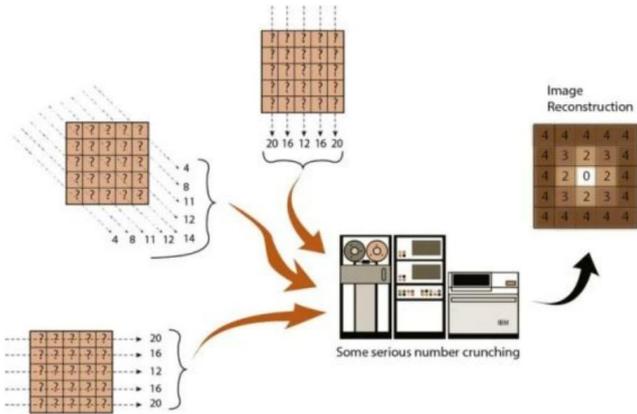
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

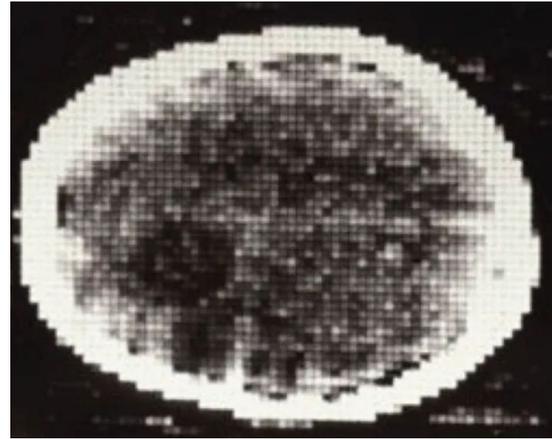


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0
30	0	0	9	0	11	0	0	11	0	0	0
60	0	0	0	22	0	10	0	0	0	0	0
90	0	0	10	10	10	0	0	0	0	0	0
120	0	7	9	0	0	0	11	0	0	0	0
150	0	7	0	11	0	0	0	11	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75839 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

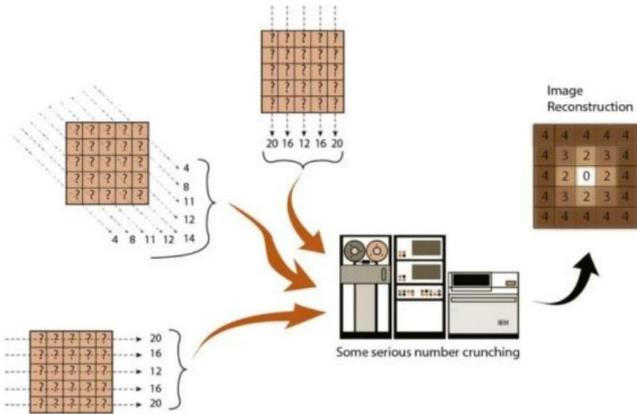
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

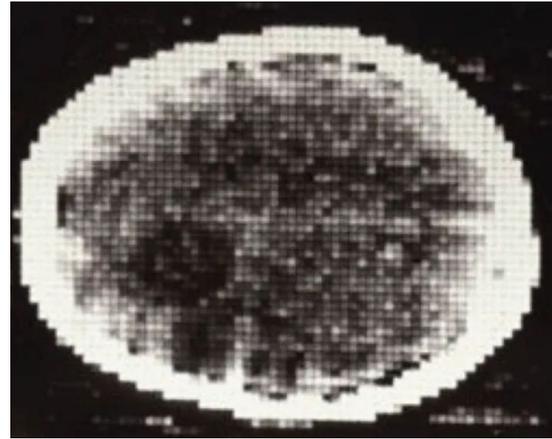


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	10	0	10	0	0	0	0
30	5	0	0	0	11	10	0	0	0	0	0
60	5	0	9	0	0	0	11	0	0	0	0
90	0	10	10	0	0	0	0	10	0	0	0
120	0	7	0	0	11	0	0	11	0	0	0
150	0	0	9	0	0	0	0	22	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75846 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (análogo) Raio-X.

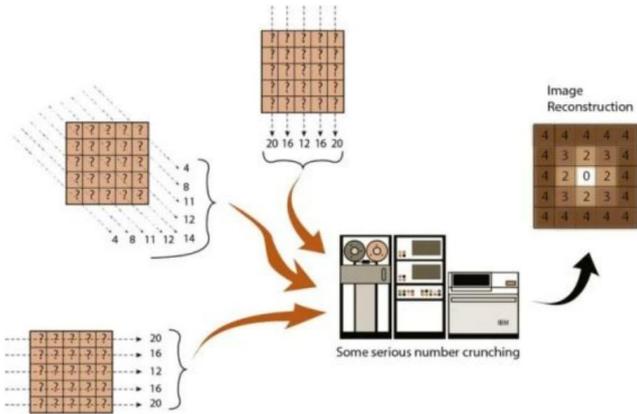
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

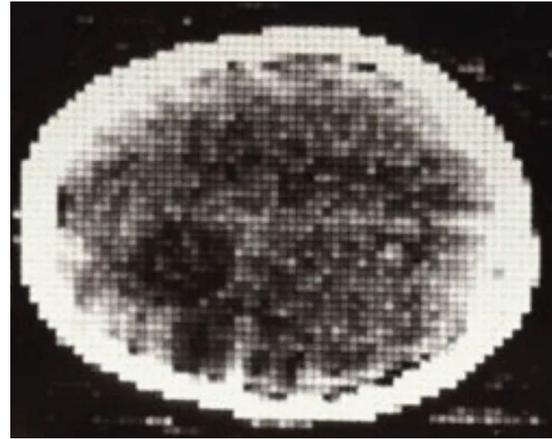


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	10	10	0	0	0	0	0	0
30	0	7	0	11	0	10	0	0	0	0	0
60	0	7	0	11	0	10	0	0	0	0	0
90	0	0	10	0	10	0	10	0	0	0	0
120	0	0	0	0	11	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	0	0	33	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75853 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

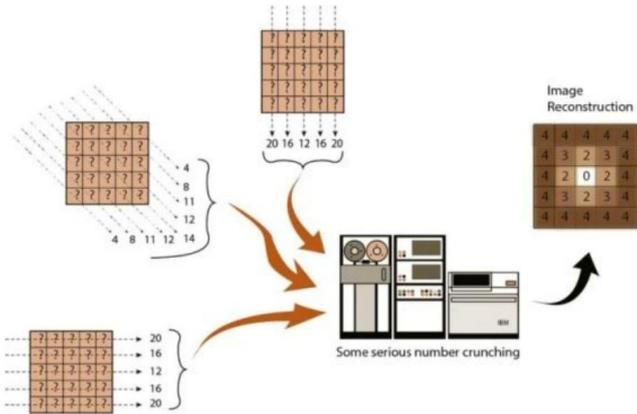
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

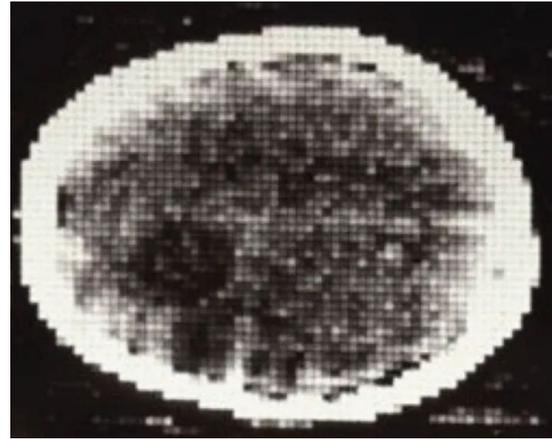


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0	0
30	0	0	0	0	0	20	0	0	0	7	0
60	0	0	0	0	11	0	0	11	9	0	0
90	0	0	0	10	0	0	0	10	0	10	0
120	0	0	0	11	0	10	0	0	0	7	0
150	0	0	0	22	0	0	0	0	0	7	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75860 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

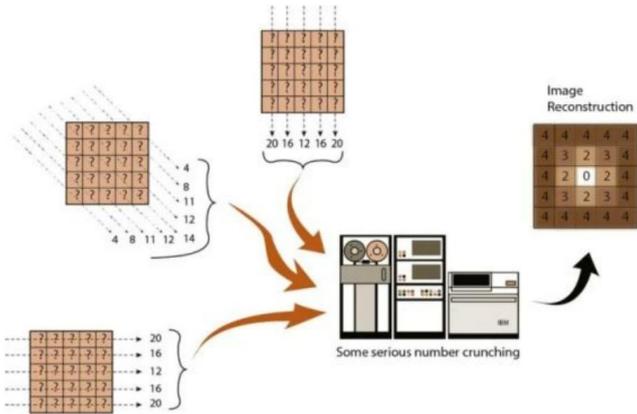
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

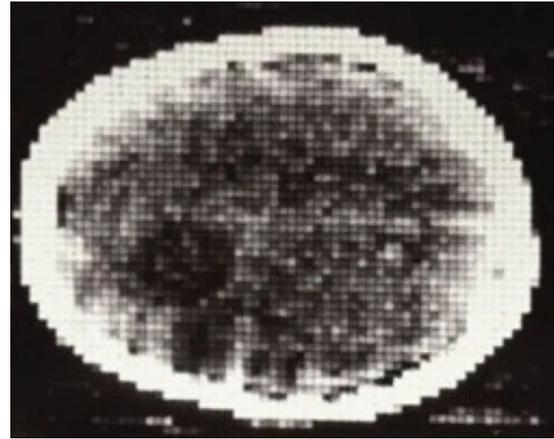


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	0	0	10	10	10	0	0
30	0	0	0	0	0	0	11	11	0	0	5
60	0	0	0	0	0	10	0	0	9	0	5
90	0	0	0	0	10	0	0	0	10	10	0
120	0	0	0	11	0	0	0	22	0	0	0
150	0	0	0	11	11	0	11	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75877 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

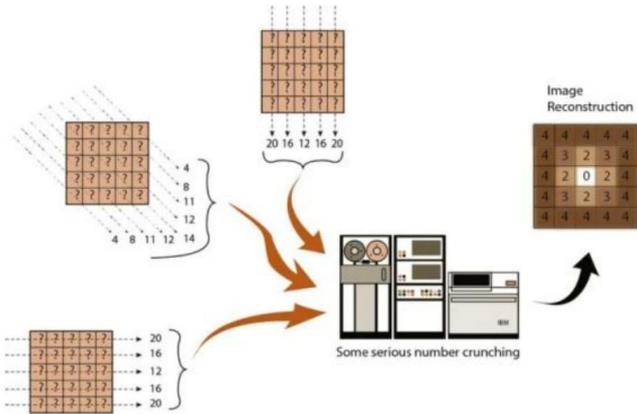
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

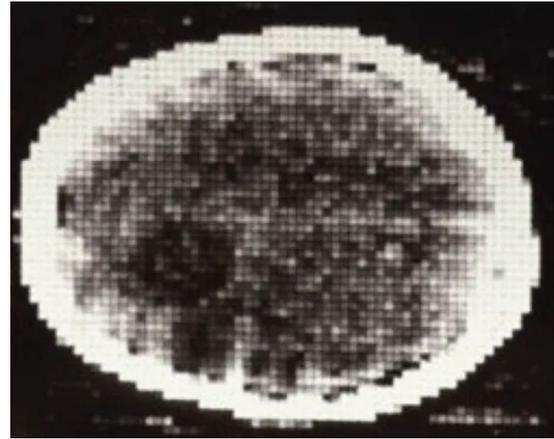


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

o	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	10	10	0	0	0	0	0
30	5	0	0	11	11	0	0	0	0	0	0
60	5	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0
90	0	10	10	0	0	10	0	0	0	0	0
120	0	0	9	0	11	0	0	0	0	0	0
150	0	0	0	11	0	0	11	11	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75884 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (análogo) Raio-X.

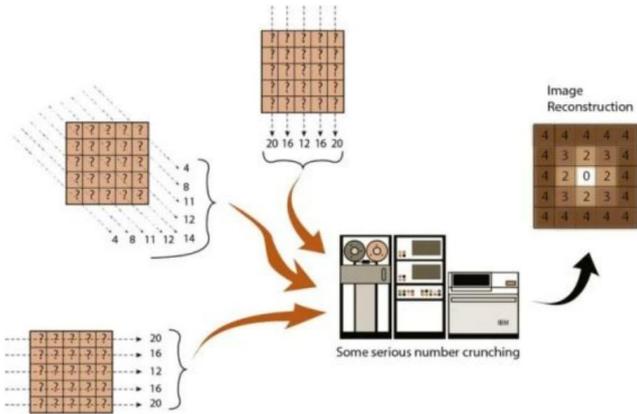
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

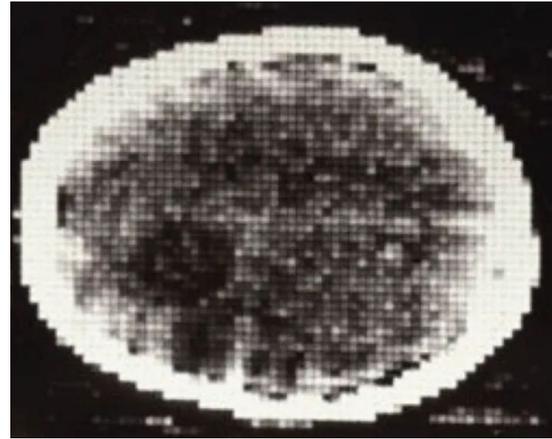


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	10	0	0	0	0	10	0	0
30	5	0	0	0	0	10	0	0	0	7	0
60	5	0	0	0	0	0	0	11	9	0	0
90	0	10	0	0	0	0	0	10	0	10	0
120	0	0	0	0	11	10	0	0	0	7	0
150	0	0	0	11	0	0	11	0	0	7	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75989 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (análogo) Raio-X.

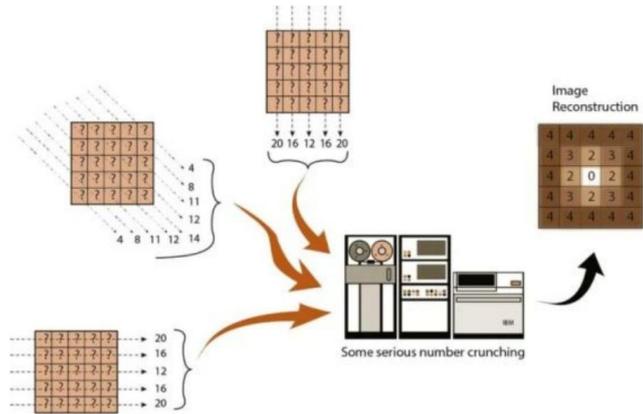
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

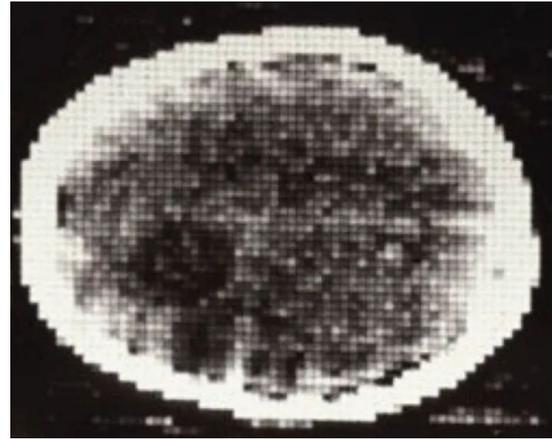


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	0	0	0	10	0	10	0	0
30	0	0	0	0	22	0	0	0	0	7	0
60	0	0	0	11	0	0	0	11	0	7	0
90	0	0	10	0	0	0	0	0	10	10	0
120	0	0	9	0	0	0	11	0	0	0	5
150	0	0	0	11	11	0	0	0	0	0	5

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75891 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

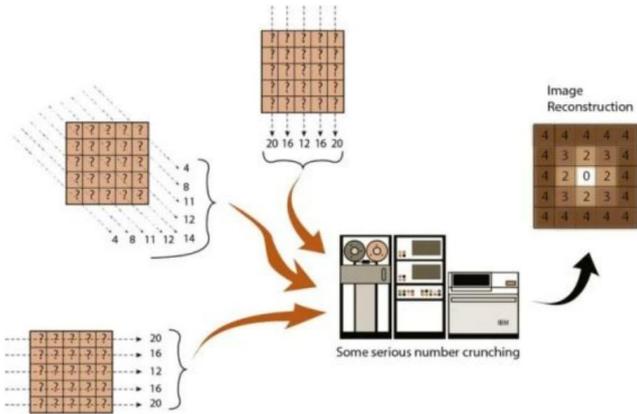
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

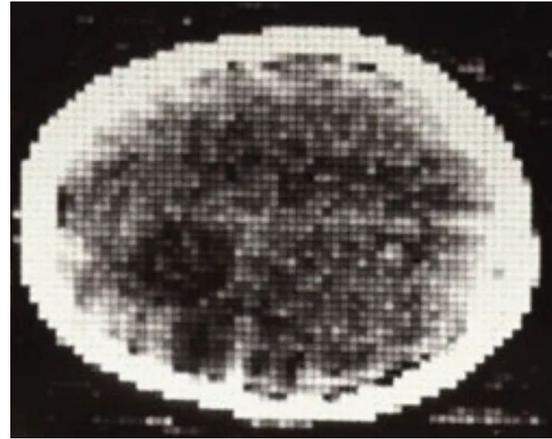


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔧 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	0	0	0	10	10	0	0
30	5	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0
60	5	0	0	0	0	10	0	11	0	0	0
90	0	10	0	10	0	0	10	0	0	0	0
120	0	0	9	0	11	10	0	0	0	0	0
150	0	7	0	0	11	0	11	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75903 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

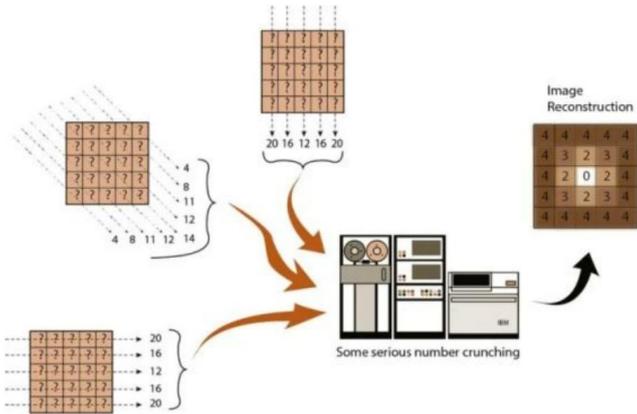
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

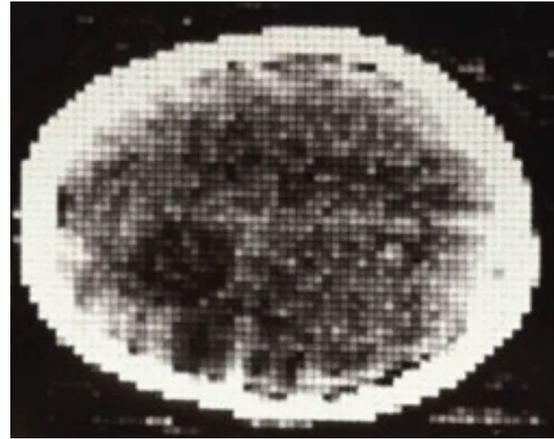


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔧 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	10	0	0	10	0	0	10	0
30	0	0	9	0	11	0	0	0	9	0	0
60	0	0	9	11	0	0	0	11	0	0	0
90	0	0	10	10	0	10	0	0	0	0	0
120	0	0	9	11	11	0	0	0	0	0	0
150	0	0	9	11	0	0	11	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75910 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

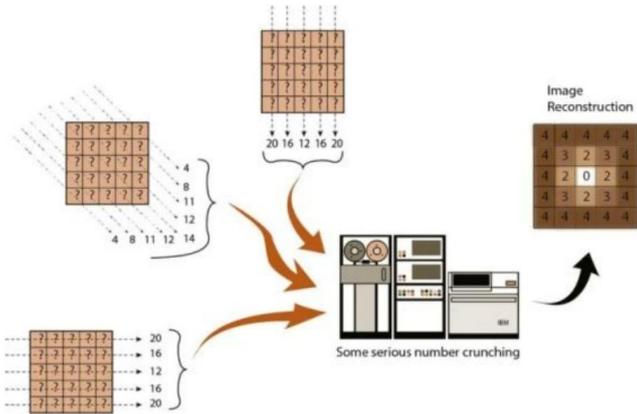
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

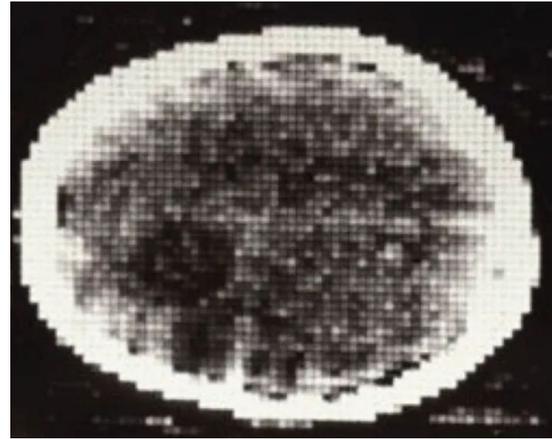


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	10	0	10	0	0	0	0	0	0
30	5	0	9	11	0	0	0	0	0	0	0
60	5	0	9	11	0	0	0	0	0	0	0
90	0	10	10	0	0	10	0	0	0	0	0
120	0	0	0	22	0	0	0	11	0	0	0
150	0	0	0	0	11	0	11	0	9	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75927 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

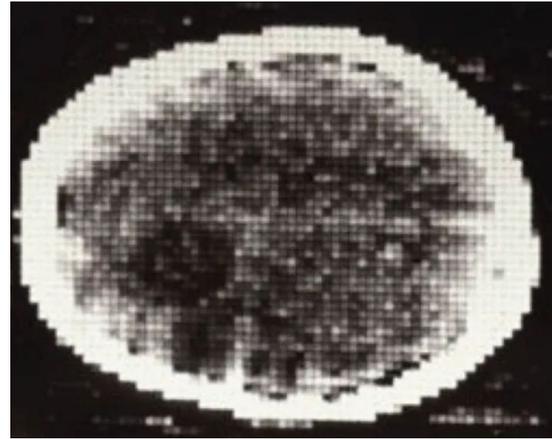
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada  $360^\circ$  gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	10	0	10	0	10	0	0	0	0
30	0	7	0	0	0	11	0	9	0	0	0
60	0	7	0	0	0	0	11	0	7	0	0
90	0	0	10	0	0	0	0	10	10	0	0
120	0	0	0	0	11	0	0	18	0	0	0
150	0	0	0	0	0	22	11	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75934 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analógico) Raio-X.

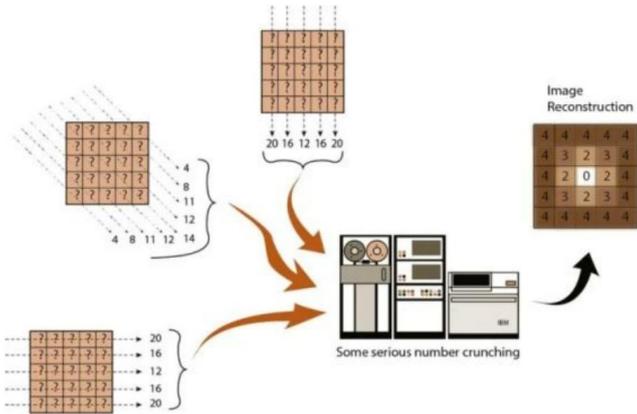
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

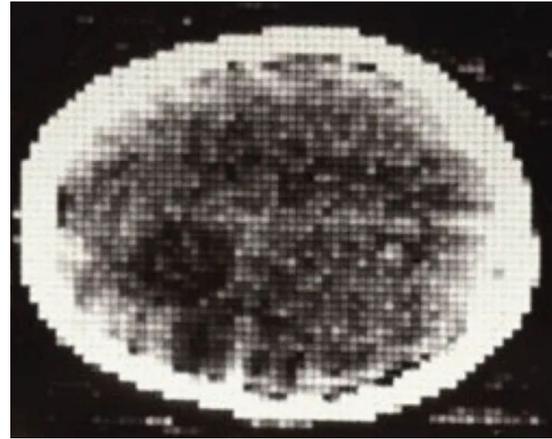


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	10	0	10	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	11	22	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	11	10	0	11	0	0	0
90	0	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0
120	0	0	0	0	0	10	0	0	0	7	5
150	0	0	0	0	0	10	0	0	0	7	5

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75941 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

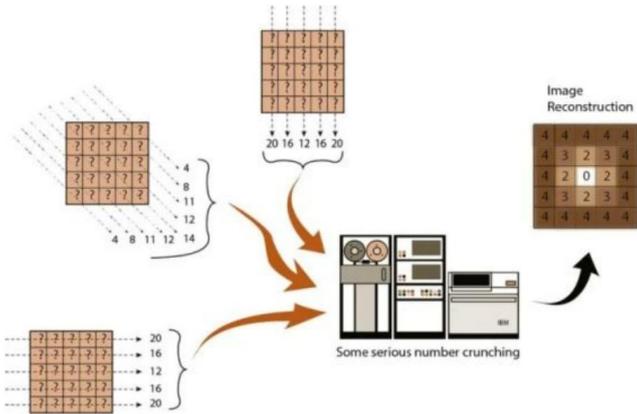
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

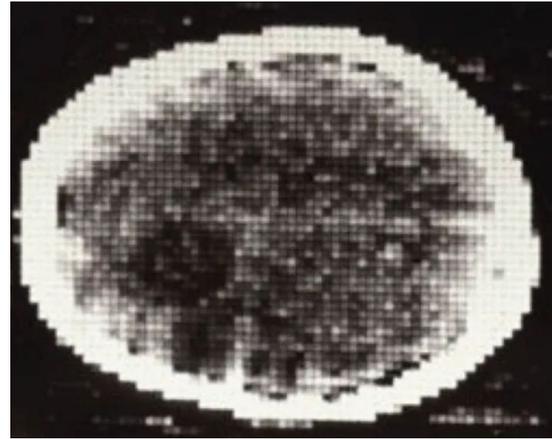


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	10	10	0	10	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	11	10	0	11	0	0	0
90	0	0	0	10	0	0	10	0	10	0	0
120	0	0	0	11	0	0	11	0	0	7	0
150	0	0	0	11	0	0	11	0	9	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====; =====;=====;



506-75958 - /

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (análogo) Raio-X.

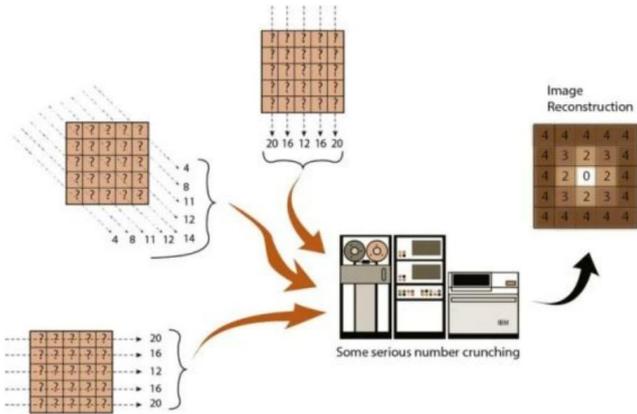
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capacet ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:

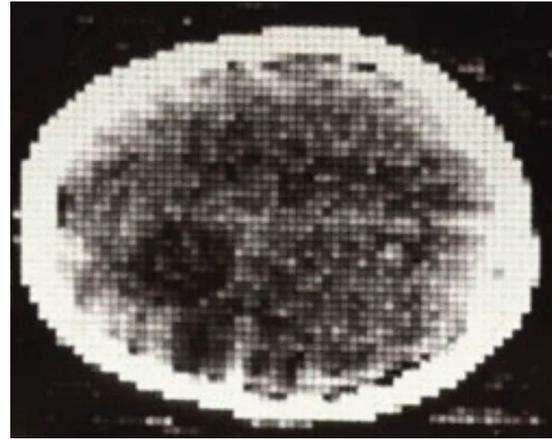


O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360º gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	0	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	0	0	10	0	10	10	0
30	0	0	0	0	0	10	0	0	0	7	5
60	0	0	0	0	11	0	0	0	9	0	5
90	0	0	0	10	0	0	0	10	10	0	0
120	0	0	0	11	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	33	0	0	0	0	0	0	0

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75965 - /

## Mais um exemplo de BLOB: TCA

A tomografia computadorizada axial (bem como todas as demais tomografias que vieram depois da TCA) é um exemplo acabado de objeto binário grande. Embora pareça um raio-X, é uma evolução digital imensa em relação ao (analogico) Raio-X.

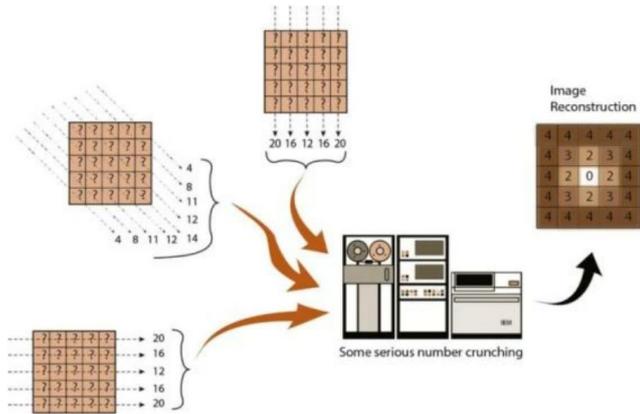
**Raio-X** Inventado meio por acaso no final do século XIX, rendeu a seu inventor, William Roentgen, um dos primeiros Nobéis em física. Ele fazia experiências com um tubo catódico e percebeu que algumas chapas fotográficas eram veladas mesmo estando bem protegidas da luz por papel negro. Sem pensar muito, ele reclamou ao fabricante das placas fotográficas: haviam sido enviadas placas já sensibilizadas, isto é fabricadas sem cuidados. O fabricante respondeu ofendido: nada disso, as placas saíram absolutamente íntegras da fábrica. Roentgen, com cuidado, foi estudar o que aparecia nas chapas e tomou um susto: numa delas aparecia o osso de uma mão. Como ele era o único que havia manuseado essas chapas, repentinamente ele se deu conta de que estava observando os ossos da própria mão.

Imediatamente, percebeu o alcance médico da descoberta, principalmente porque ele não sentira nenhum desconforto durante o episódio. Não nos esqueçamos que no século XIX, a anestesia era bem precária e qualquer visita ao médico podia ser bem dolorosa. Então Roentgen havia descoberto algo, mas exatamente o que ele havia descoberto? Uma radiação misteriosa, invisível, mas poderosa a ponto de ultrapassar materiais variados. Aqui, ele percebeu que o chumbo impedia a radiação. Sem saber mais sobre a radiação ele a batizou de **radiação X** usando o nome de uma variável desconhecida na matemática. Foi uma das primeiras piadas nerds da história. Durante todo o século XX, o raio-x foi uma ferramenta e tanto no diagnóstico médico. Na realidade, ainda hoje o é, basta ir na Clínica de Fraturas na rua XV em Curitiba. Anexa à sala de triagem, há várias salas com máquinas de raio-x prontas para serem usadas.

Embora prático, barato e útil, o raio-x apresenta problemas:

- como atravessa corpos espessos, há uma perda de nitidez nas imagens
- mostra ossos com clareza, mas não órgãos ou alterações em corpos moles
- na cabeça, o principal problema: como nosso cérebro está protegido por um capote ósseo, o raio-x só detecta sua eventual quebra ou fratura, sendo incapaz de informar problemas dentro do crânio.

Mudamos para a Inglaterra, anos 60. Uma empresa chamada EMI (Electric and Music Industries) cujo foco era em engenharia e eletrônica tinha dinheiro vazando pelo ladrão... (Uma observação: a divisão musical da EMI produzia os discos de uma banda inglesa de alguma fama: não sei se conhecem The Beatles). Trabalhava nela o engenheiro inglês Godfrey Hounsfield. Um dia conversando com um amigo médico, este se queixava da má qualidade dos raios-x do cérebro. Hounsfield, que já havia matutado antes sobre o problema, saiu-se com uma solução teórica: o cérebro seria fatiado como se fosse um pão de forma. Agora cada fatia seria irradiada por raio-x variando-se o ângulo de entrada, e medindo a atenuação do outro lado da cabeça do paciente. Colocando tudo em um computador, seria possível reconstituir o que havia lá dentro. Veja um esquema disso:



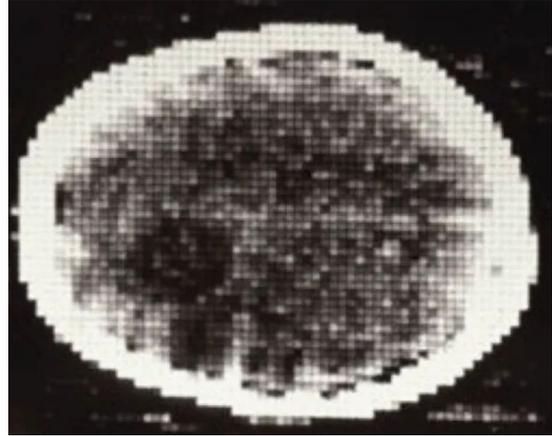
O Hounsfield não era muito habilidoso em comunicar (vender), mas ele tinha um chefe na EMI que era: em pouco tempo os dois venderam 4 máquinas (que ainda não existiam) para o NHS, a previdência social inglesa.

Em 1º de outubro de 1971, uma mulher de meia idade com sinais de um tumor cerebral fez a primeira tomografia da história. Não foi um processo rápido: 30 minutos para o escaneamento, uma viagem pela cidade com muitas fitas magnéticas, 2h30 de processamento no computador mainframe da EMI, e finalmente uma fotografia polaroid do resultado:

Embora a imagem seja meia tosca, pode-se ver claramente um corpo (o tumor) do tamanho de uma ameixa no lobo frontal esquerdo. A inovação de Hounsfield transformou a medicina. Em 2020, estima-se que 80 milhões de TCAs foram feitas nos EUA (muitas provavelmente desnecessárias). Acho que ele foi o primeiro não médico a ganhar um prêmio Nobel de medicina em 1979. Virou cavaleiro do reino inglês em 1981 e morreu em 2004, aos 84 anos. A unidade de medida de densidade em uma tomografia é o hounsfield.

O número CT, ou coeficiente de Hounsfield, é definido como -1000 para o ar e 0 para a água. Para os tecidos em geral, ele depende da energia do feixe empregado. Por exemplo, para 80 keV, se o coeficiente de atenuação

linear típico de ossos é de  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ , e da água  $0,19 \text{ cm}^{-1}$ , o número CT dos ossos é de +1000. Pode ser ainda maior para ossos corticais. Estes valores também variam de aparelho para aparelho, já que os coeficientes dependem da distribuição de energia do feixe. A radiação observada,  $I$ , está relacionada com a radiação na fonte,  $I_0$ , por:  $I = I_0 e^{-\mu x}$ .



Tecido	CT	Tecido	CT
Ar	-1000	Sangue	35 a 55
Pulmão	-900 a -400	Sangue Coagulado	80
Gordura	-110 a -65	Músculo	40 a 60
gua	0	Fígado	50 a 85
Rim	30	Ossos	130 a 250

Por convenção, altos valores de CT são imageados como branco, e baixos como preto. Como o olho humano não pode distinguir os milhares de coeficientes, utilizamos a técnica de janelas (windowing), para graficar somente os valores em uma certa faixa.

**Aquisição de dados** Na tomografia computadorizada mais comum, um tubo com um feixe de cerca de 0,6 mm de diâmetro gira em torno do paciente, e emerge do paciente sobre um detector com aproximadamente 700 sensores, que convertem a intensidade em uma corrente. Cada pulso de raio-X dura 2 a 3 ms, completando uma volta em cerca de 1 s. Cada 360° gera 300 somas.

Cada vez que o tubo emite um pulso, cada detector mede o logaritmo da intensidade que recebe. Este valor representa a soma de todos os números CT dos voxels atravessados pelo raio, completando uma projeção. Cada voxel é atravessado pelo feixe em diferentes direções, durante a rotação do anel. O número CT de cada voxel está portanto representado em várias somas. No final do processo há um sistema linear com milhares de incógnitas e mais milhares de equações: nada que assuste um computador.

**Exercício** Suponha uma caixa fechada e lacrada. Você sabe que existem lá dentro três bananas de dinamite. Qualquer tentativa de abrir a caixa implicará na explosão. Você submete a caixa a uma tomografia axial. O objetivo é saber onde estão as 3 bananas de dinamite.

Considere a caixa mapeada em uma matriz de 11 x 11. As bananas estão verticais na caixa. O material de que é feita a caixa é transparente aos Raios-X. Já a dinamite (trinitrotolueno) é um material que absorve completamente os RX.

A tomografia será composta de 6 tomogramas, obtidos com inclinações de 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. A quantidade de emissores/receptores de RX é 11.

Os mapas de atravessamento de cada emissor/receptor em cada uma das inclinações são:

0 grau	30 graus	60 graus
B B B B B B B B B B B	8 8 9 9 A A B B 0 0	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0
A A A A A A A A A A A	7 7 8 8 9 9 A A B B 0	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6 7 7 8 8 9 9 A A B B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A	3 4 4 5 6 7 8 9 A A B
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0	2 3 3 4 5 6 7 8 9 9 A
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	0 1 1 2 3 4 5 6 7 7 8
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8

90 graus	120 graus	150 graus
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 0 1 2 3 0 4 5 6 7 8	0 0 0 1 1 2 2 3 3 4 4
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 1 2 3 4 0 5 6 7 8	0 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 1 2 3 4 0 5 6 7 8 9	1 1 2 2 3 3 4 4 5 5 6
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 2 3 4 5 6 7 8 8 9	2 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	1 2 3 4 5 0 6 7 8 9 A	3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 3 4 5 6 7 8 9 A B	0 4 0 5 0 6 0 7 0 8 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	2 3 4 5 6 0 7 8 9 A B	4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 4 5 6 7 8 9 A B	5 6 6 7 7 8 8 9 9 A A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	3 4 5 6 7 0 8 9 A B 0	6 7 7 8 8 9 9 A A B B
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 5 6 7 8 9 A B B 0	7 7 8 8 9 9 A A B B 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B	4 5 6 7 8 0 9 A B 0 0	8 8 9 9 A A B B 0 0 0

Para reconstituir a caixa contendo as 3 dinamites, você deve:

- \* Criar uma matriz 11 x 11 contendo inicialmente zeros.
- \* Para cada tomograma, e para cada um dos emissores/sensores, você deve localizar qual o ângulo usado e quanto de absorção foi registrado.
- \* Multiplique este valor pela quantidade de pixels percorridos e divida por 11 (normalização devido à geometria da malha)
- \* Some este valor calculado a todos os pixels que fazem parte deste caminho (verifique isto nos mapas de atravessamento).
- \* Ao final do processo, divida a matriz pelo número de tomogramas (6). Os 3 maiores valores encontrados correspondem as bananas de dinamite. Considere o seguinte caso exemplo,

**Exemplo** Os valores dos 6 tomogramas, são:

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	0	10	10	0	0	10	0	0
30	0	0	9	0	0	10	0	0	0	7	0
60	0	7	0	0	0	10	0	0	0	7	0
90	0	10	0	0	0	10	0	0	10	0	0
120	0	0	9	0	0	10	11	0	0	0	0
150	0	0	0	0	22	10	0	0	0	0	0

e a imagem resultante é:

col=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
.0	1.7	1.7	.0	2.3	2.5	.0	.9	3.3	2.0	.0
.0	1.7	.0	1.7	1.4	1.7	.9	3.4	3.7	6.0	4.0
3.3	3.3	1.7	4.7	1.7	3.3	1.7	4.2	<b>11.0</b>	5.6	3.3
.0	3.3	1.7	1.4	1.7	1.7	5.6	6.0	4.2	3.4	.9
.9	1.7	1.4	1.7	7.3	5.6	3.3	3.7	1.7	.9	.0
2.5	4.7	3.0	5.6	1.7	<b>10.0</b>	3.7	1.7	3.3	1.7	2.5
3.0	<b>10.9</b>	5.6	3.3	5.0	3.3	7.0	3.3	3.3	1.7	2.5
5.3	4.2	3.9	1.4	1.7	3.7	1.7	.0	3.3	1.7	.0
3.0	1.7	.9	1.7	3.4	3.0	.0	1.7	1.7	.0	1.7
.0	1.7	.0	2.5	2.0	3.0	1.4	1.7	1.7	.0	.0
.0	1.7	1.7	2.9	.0	1.7	.0	1.4	4.7	.0	.0

Como se pode ver no exemplo acima, as bananas de dinamite estão colocadas nas posições onde houve maior absorção dentro da caixa. Tais posições são: linha 3, coluna 9, com valor de absorção=11.0; linha=7, coluna 2, valor=10.9 e linha 6, coluna 6 valor 10.0

## 🔗 Para você fazer

Sejam os seguintes 6 tomogramas. Onde estão as bananas ?

$\theta$	j=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	10	0	0	10	0	10	0	0	0	0
30	0	0	0	0	11	20	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	20	11	0	0	0	0
90	0	0	0	0	10	0	10	0	0	10	0
120	0	0	0	0	11	0	11	0	0	0	5
150	0	0	0	0	11	0	11	0	0	0	5

Bibliografia: The Turing Omnibus, A.K.Dewdney. Obs: Não confundir número da linha com número do jato. São coisas distintas.

As 3 bananas de dinamite estão nas posições:

=====;=====; =====;=====;



506-75972 - /