

7.225436859 0.00095983853 -68.85039418
0.00095983853 0.00007350542 -0.084886905
-68.85039418 -0.08488690598 743.1919753

Agora, multiplicando a inversa por X' fica:

- .5 - .91 .08 1.16 .49 -.90 .05 1.7 .3 -.5
.0 .00 -.00 .00 .00 .0 -.00 -.0 -.0 .0
4.8 9.63 1.54 -14.1 -8.36 8.7 4.0 -14.6 1.9 6.4

Agora multiplicando esta matriz pela matriz coluna de y (consumo) que é (devidamente horizontalizada para economizar papel)

122 114 86 134 146 107 68 117 71 98

Fica

148.5220194
0.6135933813
-1034.40784

Interpretação

Neste problema, o consumo é

Consumo =

148.52 + 0.6135 \times Renda - 1.034.41 \times *TxJuros*

Ou seja, tirando a parte do *Consumo* que não é influenciada pela *Taxa de Juros*, o incremento de \$ 1 na *Renda* causa um incremento esperado de \$ 0,6136 no *Consumo*; além disso, o incremento de 1 ponto percentual (0,01) na *Taxa de Juros* causa um decréscimo esperado de \$ 10,3441 no *Consumo*.

Na fórmula original tem-se

$$y = Xb + \epsilon$$

, que deve ser lido como o parâmetro matricial b é o que ajusta os y e os x observados.

A fórmula de cálculo de b é $b = (X'X)^{-1}X'y$, onde X' é a matriz transposta de X é X^{-1} é a matriz inversa de X .

Acompanhe o exemplo

Suponhamos querer estudar o comportamento do consumo de bens em uma determinada família, sujeita a dois parâmetros:

- renda e
- taxa de juros

Dos estudos de econometria, sabe-se que o consumo aumenta em função da renda e diminui em função da taxa de juros.

O trabalho começa pelo levantamento de dados prévios e obtive-se a seguinte tabela:

| medida | consumo y | renda x ₁ | tx juros x ₂ |
|--------|-----------|----------------------|-------------------------|
| 1 | 122 | 139 | 11,5% |
| 2 | 114 | 126 | 12,0% |
| 3 | 86 | 90 | 10,5% |
| 4 | 134 | 144 | 9,0% |
| 5 | 146 | 163 | 10,0% |
| 6 | 107 | 136 | 12,0% |
| 7 | 68 | 61 | 10,5% |
| 8 | 117 | 62 | 8,0% |
| 9 | 71 | 41 | 10,0% |
| 10 | 98 | 120 | 11,5% |

A matriz X do nosso problema é:

1 139 0.115
1 126 0.12
1 90 0.105
1 144 0.09
1 163 0.1
1 136 0.12
1 61 0.105
1 62 0.08
1 41 0.1
1 120 0.115

Note que a primeira coluna sempre é formada de unidades e as demais colunas são as variáveis em estudo (no caso: renda e taxa de juros).

Tomando a matriz transposta fica-se com

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
139 126 90 144 163 136 61 62 41 120
0.11 0.12 0.10 0.09 0.1 0.12 0.10 0.08 0.1 0.11

Multiplicando uma pela outra, tem-se

10 1082 1.05
1082 132744 115.4
1.05 115.4 0.1118

E a matriz inversa desta é

Usando a teoria acima, você deve achar os valores de a , b , c e d .

| a | b | c | d |
|---|---|---|---|
| | | | |

3. O problema agora é que você é o dono do maior restaurante de Santa Felicidade. Precisa prever a quantidade de refeições a serem servidas no próximo Dia das Mães. Depois de muito estudar, você contratou um engenheiro que levantou dados dos últimos 6 anos e elaborou o seguinte modelo econômico:

| | | |
|---|-------|------------------------------------------------------------------|
| a | indep | número de refeições a serem servidas no próximo dia das mães |
| b | dep | número de casamentos em Curitiba no ano anterior |
| c | dep | renda média das famílias no Paraná no ano anterior, em reais |
| d | dep | frangos abatidos na última semana do mês de abril no Paraná |
| e | dep | veículos emplacadas na ciretran de S. Felicidade no ano anterior |

A fórmula do modelo é:

$$a = \alpha + \beta b + \gamma c + \delta d + \iota e$$

Os dados:

| a | b | c | d | e |
|---|------|-------|-------|--------|
| 1 | 2312 | 13854 | 12906 | 104827 |
| 2 | 2774 | 14196 | 8856 | 127368 |
| 3 | 2196 | 14273 | 11719 | 93277 |
| 4 | 3007 | 16088 | 7437 | 134054 |
| 5 | 2598 | 17696 | 9114 | 111180 |
| 6 | 2592 | 18473 | 13569 | 108764 |

Achar os valores de α , β , γ , δ e ι .

| α | β | γ | δ | ι |
|----------|---------|----------|----------|---------|
| | | | | |

Observação importante: No Python, ao gerar as matrizes, não esquecer de pedir campos float, porque senão ele pode resolver usando inteiros e vai achar respostas erradas...



- 1 - /

2. Mais um problema, agora envolvendo um outro modelo econômico (obviamente FICTÍCIO) no qual estão relacionadas 3 variáveis independentes e uma dependente. Não se esqueça que a matemática lava as mãos sobre essas definições. É coisa do planejador. São elas:

| | | |
|---|--------|---------------------------------------------|
| t | dep. | consumo de whisky importado (em caixas) |
| x | indep. | venda de propriedades em Caiobá (em um) |
| y | indep. | número de falências (sentido oposto, em um) |
| z | indep. | número de BMW licenciadas (em um) |

O objetivo então é achar

$$t = a + b.x + c.y + d.z$$

No último ano foram levantados os valores de x , y e z e obteve-se

| medida | t | x | y | z |
|--------|----------|-----|-----|-----|
| 1 | -1468792 | 24 | 856 | 567 |
| 2 | 1482889 | 620 | 837 | 716 |
| 3 | 2579824 | 264 | 200 | 427 |
| 4 | -6341432 | -6 | 906 | -38 |
| 5 | 5533480 | 60 | 122 | 838 |
| 6 | -481927 | 656 | 389 | 28 |
| 7 | -318727 | 160 | 831 | 647 |
| 8 | 2388515 | 797 | 797 | 733 |
| 9 | 3041105 | 168 | 597 | 888 |
| 10 | 2725889 | 652 | 797 | 836 |