

## Exemplo de um algoritmo: raiz quadrada

Suponha que sua vida dependa de obter a raiz quadrada de um determinado número, por exemplo 54.768,87. O que você faria ?

1. A solução mais óbvia seria buscar uma calculadora capaz de extrair uma raiz quadrada. Por azar de nossa simulação, não há calculadoras, computadores, celular, etc. Nenhuma traquitana disponível.
2. Considerando que a operação de multiplicação é razoavelmente conhecida, outra possibilidade, seria avançar na base da tentativa-e-erro, usando o seguinte algoritmo.
  - (a) Chute um número
  - (b) Multiplique-o por ele mesmo
  - (c) Se o resultado for igual ao número procurado, parabéns!
  - (d) Se for menor, aumente o chute
  - (e) Se for maior, diminua o chute
  - (f) Volte à etapa da multiplicação
3. Outra possibilidade, esta trazida pela teoria dos logaritmos (não confunda logaritmo com algoritmo) é achar o logaritmo do número dado, dividir este valor por 2 e depois achar o antilogaritmo. Por exemplo, se não soubermos que  $\sqrt{64} = 8$ , podemos fazer o  $\log_2 64 = 6$ . Dividindo  $6 \div 2 = 3$ . E  $2^3 = 8$ . O problema está que poucas pessoas tem uma tábua de logaritmos na cabeça, ou mesmo conhecem as propriedades dos logaritmos.
4. A resposta exata vem através do algoritmo de extração de raiz quadrada, posto à nossa disposição pela matemática.

## Algoritmo para raiz quadrada

Por definição, dado  $y = \sqrt{x}$ , onde  $x$  é não negativo, deve-se achar o real  $y$ , tal que  $y^2 = x$ . Embora o número localizado seja positivo, deve-se lembrar que – em tese – ele também pode ser negativo, mas com o mesmo valor absoluto. Se não for possível obter a igualdade ( $y^2 = x$ ), espera-se que  $y^2$  seja menor que  $x$  e tão próximo quanto possível.

As etapas do algoritmo são:

1. Pegue uma folha de papel e escreva uma cruz grande, dividindo a área de trabalho em 4 quadrantes.
2. Escreva o número do qual se quer achar a raiz quadrada (a quem chamaremos  $\alpha$ ), no quadrante superior esquerdo. Ao final do processo, a raiz vai aparecer no quadrante superior direito.
3. Separe o número  $\alpha$  em grupos de 2 dígitos, **a partir de sua vírgula decimal**, à direita e à esquerda, completando com zeros não significativos quando necessário. Feito isso, nomearemos os grupos (de 2 dígitos) da esquerda para a direita como  $G_1, G_2, \dots G_n$ .
4. Relembremos a tabela de quadrados perfeitos de 1 a 100.

|   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 |

Esta tabela é importante pois todos os grupos acima formados são menores do que 100.

5. Busque o número que elevado ao quadrado gere um número menor ou igual do que  $G_1$ . Coloque este número no quadrante superior direito.

Chame-se este número como  $A_1$ . Fica 

|               |    |
|---------------|----|
| G1.G2.G3. ... | A1 |
|---------------|----|

6. Eleve  $A_1$  ao quadrado e escreva o resultado no quadrante inferior esquerdo, embaixo de  $G_1$ . Chamemos este número  $A_1^2$  de  $P_1$ .
7. Faça  $G_1$  menos  $P_1$  e escreva o resultado da subtração embaixo de  $P_1$  (no quadrante inferior esquerdo). Chamemos este número de  $T_1$ . Fica 

|               |    |
|---------------|----|
| G1.G2.G3. ... | A1 |
| P1            |    |
| -             |    |
| T1            |    |
8. (aaa) Baixe o próximo grupo (neste caso o  $G_2$ , colocando-o ao lado de  $T_1$ , junte-os e obtenha um novo número ( $T_1 G_2$ ).
9. Dobre o número  $A_1$  (multiplicando-o por 2) e escreva-o no quadrante inferior direito, embaixo de  $A_1$ . Chame-se este número de  $D_1$ .
10. (\*\*\*) Divida (divisão inteira)  $T_1 G_2$  por  $D_1 \times 10$ . Este resultado deve ser escrito em 3 lugares:

- Ao lado de  $A_1$ , já que ele é o próximo número da raiz
- Ao lado de  $D_1$ . Imediatamente depois, escreva um sinal de  $\times$  (vezes)
- Ao lado do sinal de  $\times$  (vezes) escrito acima

11. Calcule a multiplicação posta acima. Se o resultado for menor ou igual a  $T_1 G_2$ , prossiga. Se for maior, OPS!, Volte à etapa (\*\*\*) e repita o processo com um resultado uma unidade menor.
12. Escreva-se o resultado da multiplicação embaixo de  $T_1 G_2$  e efetua-se a subtração.
13. Volte a (aaa)

## Exemplo

Seja calcular  $\sqrt{14796,5}$

|                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| 01 47 96.50 00 00 00 | 121.640             |
| =====                | =====               |
| -1                   | rq(1)=1             |
| -----                | -----               |
| 0 47                 | 2 x 1 = 2           |
| -44                  | 47 / 20 = 2         |
| -----                | 22 x 2 = 44         |
| 3                    | -----               |
| 396                  | 2 x 12 = 24         |
| -241                 | 396 / 240 = 1       |
| -----                | 241 x 1 = 241       |
| 155                  | -----               |
| 15550                | 2 x 121 = 242       |
| -14556               | 15550 / 2420 = 6    |
| -----                | 2426 x 6 = 14556    |
| 994                  | -----               |
| 99400                | 2 x 1216 = 2432     |
| -97296               | 99400 / 24320 = 4   |
| -----                | 24324 x 4 = 97296   |
| 2104                 | -----               |
| 210400               | 2 x 12164 = 24328   |
| -0                   | 210400 / 243280 = 0 |
| -----                | 243280 x 0 = 0      |
| 210400               | -----               |
| 21040000             |                     |

## Treino

Façamos a raiz quadrada de 1267.074.

raizq 1267.074

|       |        |
|-------|--------|
| ===== | =====  |
| ----- | rq( )= |
| ----- | -----  |
| ----- | x =    |
| ----- | / =    |
| ----- | x =    |
| ----- | -----  |
| ----- | x =    |
| ----- | / =    |
| ----- | x =    |
| ----- | -----  |
| ----- | x =    |
| ----- | / =    |
| ----- | x =    |
| ----- | -----  |
| ----- | x =    |
| ----- | / =    |
| ----- | x =    |
| ----- | -----  |

## Para você fazer

Simule a execução do algoritmo acima da raiz quadrada para os valores abaixo e em cada um, descubra o quinto número que é subtraído no algoritmo. Por exemplo, no exemplo dado acima, a sequência de subtraendos seria - 1, - 44, - 241, - 14556 e finalmente o quinto número seria 97296. No exemplo que foi feito acima, a sequência é - 9, - 325, - 3525, - 63981 e o quinto número é 355925.

Para ajudar, na tabela abaixo, está o número do qual você deve extrair a raiz segundo o algoritmo visto (coluna 1), depois os 3 primeiros subtraendos da série (colunas 2, 3 e 4) e finalmente na última coluna o espaço para você escrever o quinto subtraendo.

| extrair de | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | $S_5$  |
|------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 54546      | -4    | -129  | -1389 | ...   | 233525 |
| 45420      | -4    | -41   | -1269 | ...   |        |
| 23175      | -1    | -125  | -604  | ...   |        |

