Outras lógicas

Até aqui houve o compromisso epistemológico de que as proposições são verdadeiras, falsas ou desconhecidas.

Entretanto, esta estratégia é falha pelo menos por 3 razões:

- preguiça: é trabalhoso demais listar o conjunto completo de antecedentes ou consequentes para assegurar regras sem exceção. É muito difícil usar tais regras.
- ignorância teórica: a ciência nem sempre tem a teoria completa para o domínio.
- ignorância prática: ainda que toda a teoria seja conhecida, em um caso prático real nem todos os testes podem ou foram executados.

A principal ferramenta para lidar com a crença é teoria da probabilidade que atribui a cada sentença um grau numérico de crença variando entre 0 e 1.

0 significa que a crença é de que a frase é falsa. 1 significa crença inequívoca de que a frase é verdadeira. Vale diferenciar grau de crença com grau de verdade. A probabilidade de 0,8 não significa que a frase é 80% verdadeira e sim que a frase tem uma crença de 80%. A teoria da probabilidade continua com o compromisso ontológico assumido pelo lógica : os fatos são ou não são válidos no mundo. O grau de verdade é assunto da lógica difusa.

Os graus de crença sempre se aplicam a proposições. O elemento básico em tais proposições é a variável aleatória, com um domínio específico que pode ser booleano, discreto ou contínuo.

A probabilidade a priori é o grau de crença para a proposição na ausência de outras informações. Representada como $P(a)$. Às vezes queremos nos referir às probabilidades de todos os valores de uma variável aleatória. A expressão é $\P(a)$.

A probabilidade condicional é $P(a|b)$ onde a e b são proposições quaisquer. Ela é lida como a probabilidade de a dado que sabemos b. Passa-se de uma a outra através da fórmula

$$P(a|b) = \frac{P(a \wedge b)}{P(b)}$$

.

Probabilidades tem 3 axiomas

1. Toda probabilidade está entre 0 e 1
2. probabilidades verdadeiras são 1 e falsas são 0
3. A probabilidade de uma disjunção é

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

Lógica Probabilística

- A probabilidade é a maneira correta de raciocinar sobre a incerteza
- A incerteza surge como consequência da preguiça e da ignorância. Ela é inevitável em mundos complexos, dinâmicos ou inacessíveis.
- a incerteza significa que muitas das simplificações que são possíveis no caso da inferência dedutiva não são mais válidas
- As probabilidades expressam a inabilidade do agente para alcançar uma decisão definida com relação à verdade de uma sentença. As probabilidades resumem a crença de um agente.
- Declarações básicas de probabilidade incluem probabilidades a priori e probabilidades condicionais sobre proposições simples e complexas.
- A regra de Bayes permite que probabilidades desconhecidas sejam calculadas a partir de probabilidades condicionais conhecidas em geral no sentido causal. Normalmente a aplicação da regra de Bayes com muitas peças de evidência resultará nos mesmos problemas de ampliação da escala que encontramos na distribuição conjunta total.

Lógica Nebulosa, ou fuzzy

A lógica é a ciência que tem por objetivo as leis do raciocínio. A lógica nebulosa estuda os princípios formais do raciocínio aproximado.

Na lógica clássica (aristotélica) há dois valores verdade possível: verdadeiro e falso. São as lógicas bivalentes. No modelo bayesiano e em outros modelos probabilísticos também há bivalência: cada fato é verdadeiro ou falso, mas muitas vezes não fica claro qual deles vale. A probabilidade informa a plausibilidade de uma dada proposição ser verdadeira.

Surgiu uma lógica polivalente para raciocinar sobre o princípio da incerteza: os valores eram V, F e indeterminado. Uma extensão desta lógica é 1=V, 0=F e n, $0 < n < 1$ para representar graus de verdade.

Variáveis linguísticas são um conceito como altura, que pode ser alto, médio e baixo. A variável linguística altura pode ser definida como universo do discurso desde 0,6m a 2,4m.

A lógica nebulosa é usada para raciocinar sobre conjuntos nebulosos. Os conjuntos tradicionais são conhecidos como nítidos (crisp sets). Um conjunto nítido é descrito pelos elementos que fazem parte dele. Um valor está ou não está em um conjunto nítido.

Já na área nebulosa, vamos considerar o conjunto de pessoas altas. Bill com 2,1m certamente está nele. John, de 1,2m certamente não está. Mas, e Jane que tem 1,78m ? O conjunto nebuloso de pessoas altas inclui Bill, Jane e até mesmo John. Cada um é membro do conjunto até certo ponto e não é até certo ponto também.

Lá atrás definiu-se a lei do terceiro excluído, perfeitamente válida na lógica aristotélica. Aqui na lógica nebulosa, ele não é verdadeiro. Também a regra $A \vee \sim A = V$ e a $A \wedge \sim A = F$ na lógica nebulosa não valem.

Um conjunto nebuloso é definido pela sua função de pertinência. Por exemplo um conjunto Bebê (B), pode ser definido $P_b(x) = 1 - \frac{x}{2}$ para $x \leq 2$ e 0 para $x > 2$ onde x é a idade em anos. Não há nada de especial sobre estas funções. Elas foram uma escolha subjetiva do autor.

Para representar um conjunto nebuloso em um computador usa-se uma lista de pares. Cada par representa um valor e o valor nebuloso de pertinência para aquele valor. Para definir B acima poder-se-ia ter $B = \{(0, 1), (2, 0)\}$. Isto pode ser considerado como representando coordenadas x e y de dois pontos na linha que representa a função de pertinência do conjunto.

A teoria de conjunto tradicional (devida a Cantor) usa operadores que se aplicam a conjuntos A e B. Tem-se: $\neg A$ complemento de A, $A \cap B$ intersecção de A e B, $A \cup B$, união de A e B. Podemos considerá-los como relacionados aos operadores $\sim, \wedge$ e $\vee$. Como esperados os operadores de conjunto são comutativos, associativos e distributivos e também obedecem à lei de Morgan.

Pode-se definir operadores semelhantes para conjuntos nebulosos. O complemento do conjunto nebuloso A é $P_{\neg A}(x) = 1 - P_A(x)$. Usando esta definição ao conjunto de bebês (não bebês, na verdade) ficaria: $\neg B = \{(0, 0), (2, 1)\}$.

A intersecção de dois conjuntos nebulosos B e C é o mínimo das funções nebulosas para os conjuntos. Ou $P_{A \cap B}(x) = MIN\ (P_A(x), P_B(x))$. Por exemplo, se C (criança) for definido como $C = \{(1, 0), (7, 1), (8, 1), (14, 0)\}$, a intersecção de B com C fazemos:

Antes é preciso equalizar B e C para os mesmos valores, fica: $B = \{(0, 1), (1, 0.5), (2, 0), (7, 0), (8, 0), (14, 0)$ e $C = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0.16), (7, 1), (8, 1), (14, 0)$ a agora pode-se encontrar a interseção: $B \cap C = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (7, 0), (8, 0), (14, 0)\}$. Mas isto não funcionou. Precisamos definir o conjunto usando valores que definirão corretamente as faixas: então $B \cap C = \{(1, 0), (1.75, 1.25), (2.0)\}$. 1.75 foi usado como valor para x e foi determinado pelo cálculo do valor de x para o qual $P_B(x) = P_C(x)$.

A intersecção nebulosa significa que seus elementos pertencem aos dois conjuntos.

A união de dois conjuntos A e B é definida como $P_{A \cup B}(x) = MAX\ (P_A(x), P_B(x))$. A união nebulosa de crianças e bebes fica $B \cup C = (0, 1), (1.75, 0.25), (7, 1), (8, 1), (14, 1)\}$.

Há ainda o operador nebuloso inclusão. Na teoria tradicional, se A contiver B isto significa que todos os elementos de B estarão em A. E, $A \cup B = A$ e $A \cap B = B$. Neste caso, B é subconjunto de A e se escreve $A \subset B$.

Na lógica nebulosa a inclusão é $B \subset A\ sss\ \forall x(P_B(x) \leq P_A(x))$.

Em lógica nebulosa usam-se modificadores como muito, razoavelmente, extremamente ou pouco. Pode-se aplicar o modificador elevando a função de pertinência ao conjunto a uma potência apropriada, usando a tabela:

muito	elevar a 2
razoavelmente	1,3
pouco	0.5
extremamente	4

Lógica nebulosa

Uma lógica que se aplica a variáveis nebulosas. É não monotônica, no sentido de que se um novo fato for conhecido ele poderá contradizer conclusões previamente derivadas.

As funções MAX e MIN são usadas para calcular a disjunção ou conjunção de duas variáveis nebulosas. Uma variável nebulosa valendo 0.5 pode ser pouco verdadeiro ou tanto verdadeiro quanto falso.

As leis lógicas agora são: $A \vee B \equiv MAX\ (A, B)$ e $A \wedge B \equiv\ MIN\ (A, B)$ e $\sim A \equiv 1 - A$.

Obviamente não se pode construir uma tabela verdade para uma expressão lógica nebulosa: as entradas seriam infinitas. Mas, pode-se fazê-lo para um conjunto finito de valores lógicos, por exemplo:

A	B	$A \vee B$ (max)
0	0	0
0	0.5	0.5
0	1	1
0.5	0	0.5
0.5	0.5	0.5
0.5	1	1
1	0	1
1	0.5	1
1	1	1

A implicação ($\rightarrow$), que lá na lógica clássica era $A \rightarrow B \equiv \sim A \vee B$, aqui é $A \rightarrow B \equiv MAX\ ((1 - A), B)$.

Daí o livro define uma Implicação de Godel, como $A \rightarrow B \equiv (A \leq B) \vee B$. Define também a regra do modus ponens.

☞ Para você fazer

Faça uma avaliação comparativa entre as 3 lógicas estudadas (clássica, probabilística e nebulosa), quanto aos seguintes aspectos:

1. adequação aos problemas do mundo real
2. utilidade
3. facilidade de manuseio das ferramentas da lógica considerada
4. grau de sucesso