Universidade Positivo   Sistemas de Informação
11/02/2019 - 12:35:32.9
Estruturas de Dados e Arquivos   Prof Dr P Kantek (pkantek@up.edu.br)
Cálculo de Fluxos: método de Ford-Fulkerson (algoritmo de Edmonds-Karp) VIVO632a V: 3.23
1
Exercício : 1   _____ / _____ / _____

Cálculo de Fluxos - método: Ford-Fulkerson, algoritmo: Edmonds-Karp

Bibliografia: Algoritmos, Cormen et alli, pag. 509 e seguintes. Note que as contagens iniciam em 1.

Imaginando um grafo orientado como sendo uma rede de transporte de água (ou qualquer outra coisa) e supondo que o valor de cada aresta representa a capacidade máxima do cano que liga dois pontos, e supondo ainda que um dos vértices representa a caixa d'água e outro representa o local onde a água vai ser usada, cabe a pergunta: *QUAL A VAZÃO MAXIMA DO SISTEMA ?*

O mesmo algoritmo vale para sistemas produtor-consumidor: produtos sendo transportados, pacotes de bits sendo enviados, pessoas saindo de um avião etc.

Nomenclatura

Fluxo em rede $G = (W, E)$ é um grafo orientado em que cada aresta (u, w) pertencente a E, tem capacidade não negativa $c(u, w) \geq 0$. Distinguimos dois vértices "in" e "fi" que são a origem e o destino. Todos os vértices z residem em algum caminho, isto é: $in \rightarrow z \rightarrow fi$.

A vazão do sistema (V) é uma função de valor real indica a capacidade do sistema de transportar o objeto de estudo.

Problema da Vazão máxima

O problema de VAZÃO MÁXIMA é encontrar o maior valor para a VAZÃO.

Exemplo de um fluxo: (retirado da referência acima, pág. 522)

	1	2	3	4	5	6
1	0	16	13	0	0	0
2	0	0	10	12	0	0
3	0	4	0	0	14	0
4	0	0	9	0	0	20
5	0	0	0	7	0	4
6	0	0	0	0	0	0

`sendo in=1 e fi=6`

Método Ford-Fulkerson

O método Ford-Fulkerson para calcular a vazão máxima é:

1. Fazer vazão V igual a zero
2. Enquanto houver caminho entre in e fi
3. Localizar um caminho entre in e fi.
4. Achar a capacidade mínima CM deste caminho.
5. Adicionar CM a V
6. Subtrair CM das arestas que pertencem ao caminho escolhido
7. A vazão máxima está em V

O método acima não diz nada a respeito de como escolher o caminho. O resultado final não se altera, mas a complexidade do problema sim.

Algoritmo Edmonds-Karp

Para resolver esta indefinição, Edmonds e Karp desenvolveram uma estratégia para escolher o caminho. Trata-se de considerar cada aresta existente no grafo com valor unitário e escolher o caminho mínimo entre in e fi. Note que o valor deste caminho não tem nada a ver com o fluxo, é uma simples contagem de quantidade de arestas.

Usando o algoritmo de Edmonds-Karp, a complexidade passa a ser $O(W.E^2)$ onde W=número de vértices e E=número de arestas.

Para resolver este exercício você pode escolher qualquer caminho.

Acompanhe no exemplo. Seja o grafo

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	3	0
3	0	7	0	0	0	5	6
4	0	0	0	0	0	5	0
5	0	4	13	15	0	0	0
6	14	0	0	0	0	0	0
7	5	0	0	0	0	1	0

`com in=5 e fi=1`

.

O primeiro caminho pode ser 5-2-6-1 com mínimo=3 , V=3

e M fica

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	(0)	0
3	0	7	0	0	0	5	6
4	0	0	0	0	0	5	0
5	0	(1)	13	15	0	0	0
6	(11)	0	0	0	0	0	0
7	5	0	0	0	0	1	0

Outro caminho pode ser 5-3-6-1, com mínimo=5, logo V=3+5

e M fica

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	7	0	0	0	(0)	6
4	0	0	0	0	0	5	0
5	0	1	(8)	15	0	0	0
6	(6)	0	0	0	0	0	0
7	5	0	0	0	0	1	0

Outro: 5-4-6-1, com mínimo=5, V=3+5+5

e M fica

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	7	0	0	0	0	6
4	0	0	0	0	0	(0)	0
5	0	1	8	(10)	0	0	0
6	(1)	0	0	0	0	0	0
7	5	0	0	0	0	1	0

Outro:5-3-7-1, com mínimo=5, V=3+5+5+5

e M fica

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	7	0	0	0	0	(1)
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	(3)	10	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0
7	(0)	0	0	0	0	1	0

Outro:5-3-7-6-1, com mínimo=1 e V=3+5+5+5+1

e M fica

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	7	0	0	0	0	(0)
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	(2)	10	0	0	0
6	(0)	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	(0)	0

E como não há mais caminhos, V está calculado e vale 19.

☞ Para você fazer

1. Ache a VAZAO MAXIMA para este fluxo em rede com in= 6 e fi= 2

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	2	0	9
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	7	0	0	0
4	0	11	0	0	0	0	0
5	0	0	9	2	0	0	2
6	3	0	16	0	15	0	0
7	0	6	0	0	0	0	0

A vazão máxima é ____________.

2. Ache a VAZAO MAXIMA para este fluxo em rede com in= 5 e fi= 6

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	8	6	0	0	0
2	0	0	0	0	0	9	0
3	0	10	0	2	0	0	4
4	0	0	0	0	0	9	0
5	12	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	5	0	0	15	0

A vazão máxima é ____________.

3. Ache a VAZAO MAXIMA para este fluxo em rede com in= 5 e fi= 4

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	10	8
2	0	0	0	9	0	0	7
3	0	4	0	0	0	0	7
4	0	0	0	0	0	0	0
5	2	0	10	0	0	0	0
6	0	1	0	2	0	0	0
7	0	0	0	7	0	0	0

A vazão máxima é ____________.