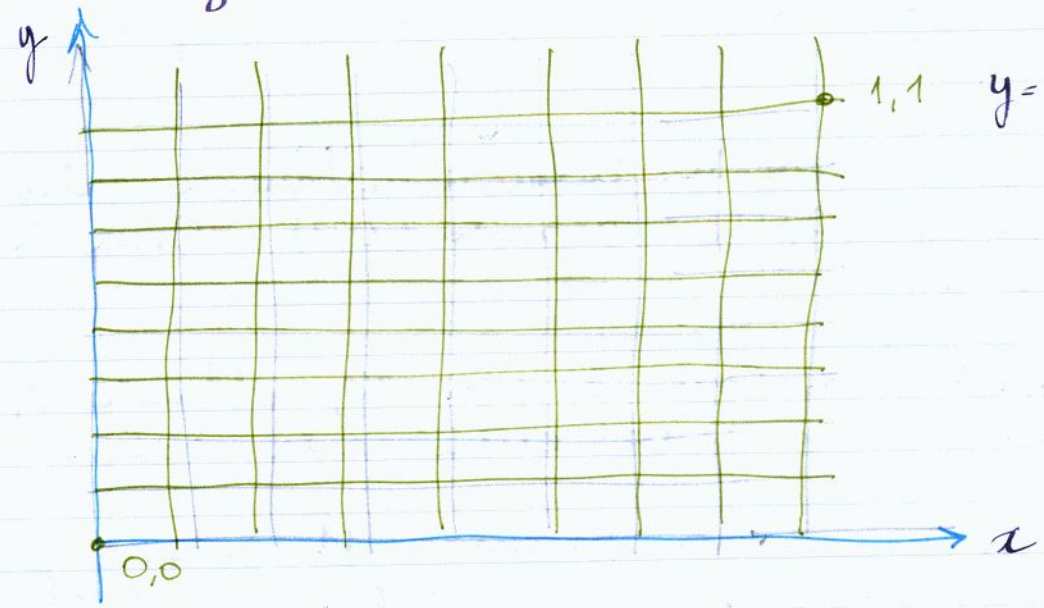
Estudo da implementação da TCA

VIVO745:

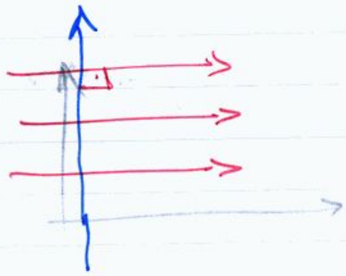
19

Estudo a respeito da tomografia e seus algoritmos.



$m \leftarrow 19\ \cancel{8}^{11}\ 64 / \rho\ 0$

para rotacao = 0°, o eixo é vertical e ~~os~~ raios são perpendiculares, logo horizontais



rotacao = 0

~~raio = 1~~

Achar a reta que passa por (0,0) e tem coeficiente angular igual a 0.

Que é $\boxed{x=0.}$

A intersecção procurada é o ponto $(0, 1)$.
entre a reta $x=0$ e $y=1$ é

Agora deve-se achar a distância entre o ponto $(0,0)$ e o ponto $(0,1)$. Essa distância é 1.

Divide-se esse 1 por 10, obtendo 0.1 ~~em~~ de separação entre cada raio.

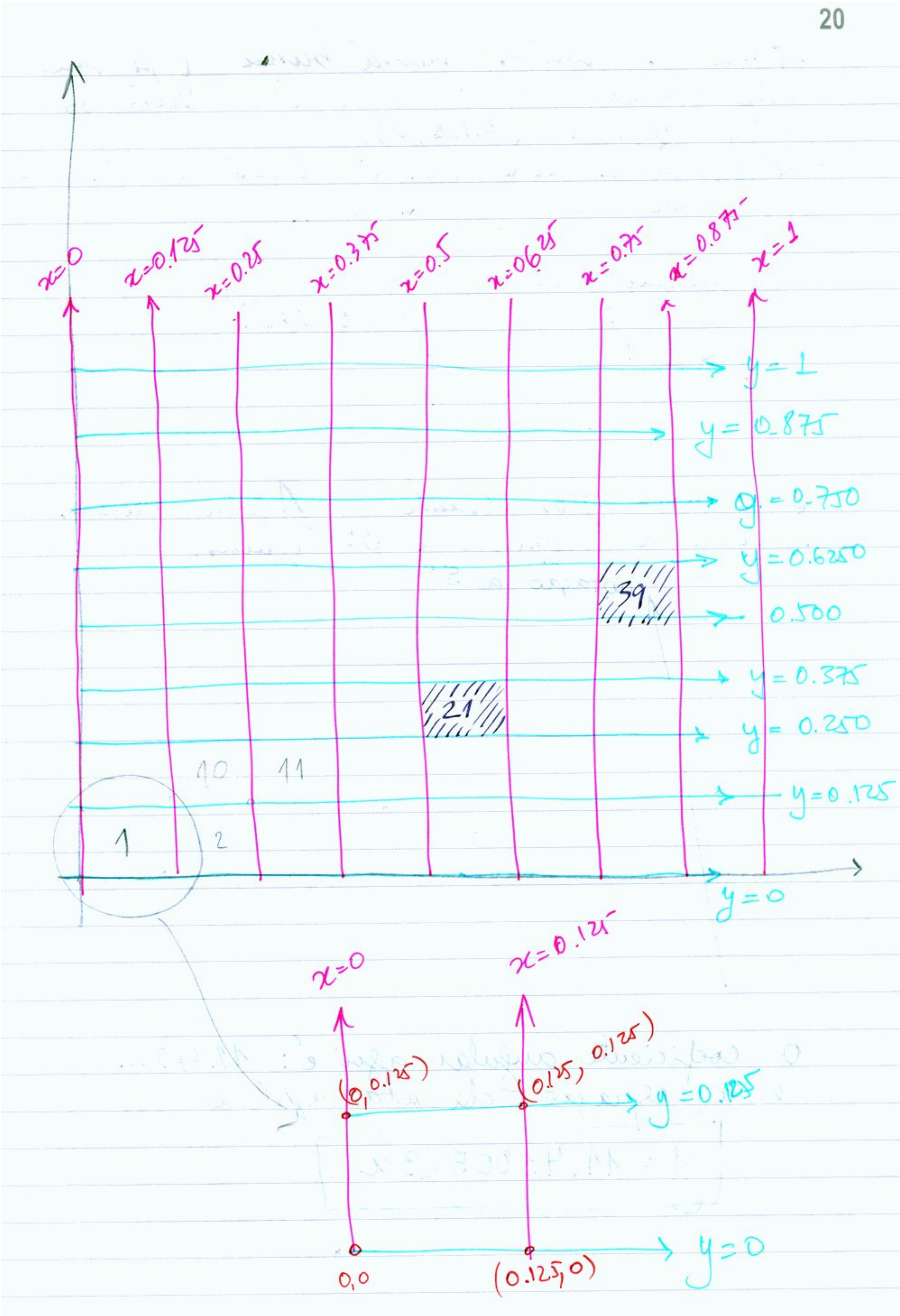
Agora vamos procurar 11 retas que passam por $(0,0)$, $(0, 0.1)$, $(0, 0.2)$, ... $(0, 0.9)$ e $(0, 1)$ e são perpendiculares a $x=0$

São elas: $y=0$, $y=0.1$, $y=0.2$, ... $y=0.9$ e $y=1$.

Agora vamos variar os 64 pixels e para cada pixel:

analisar a reta $y=0$ com as 4 retas delimitadoras do pixel 1. como se pode ver no desenho ao lado

reta $(y=0)$ intersecção com a reta $(y=0) \Rightarrow$ infinitos
$(y=0)$ com $(y=0.125) \Rightarrow$ nenhum ponto
$(y=0)$ com a reta $(x=0) \Rightarrow$ só 1 ponto $0,0$
$(y=0)$ com a reta $(x=0.125)$ só 1 ponto $(0.125, 0)$


20
x=0
x=0.125
x=0.25
x=0.375
x=0.5
x=0.625
x=0.75
x=0.875
x=1
y=1
y=0.875
y=0.750
y=0.6250
0.500
y=0.375
y=0.250
y=0.125
y=0
39
21
10
11
1
2
x=0
x=0.125
(0,0.125)
(0.125, 0.125)
y=0.125
0,0
(0.125,0)
y=0

Achei 2 pontos nessa busca (Já que neste contexto ∞ = nenhum). São os pontos $(0,0)$ e $(0.125, 0)$.
A distância entre eles é 0.125 e este é o coeficiente de

$$\left.\begin{array}{l}\text{rotacao } 0\\ \text{raio } 1\\ \text{pixel } 1\end{array}\right\}\ 0.125.$$

e assim por diante. Agora vamos simular a rotação a 5° graus.

rotação a 5°

o coeficiente angular aqui é: 11.43...
e a equação da reta azul é

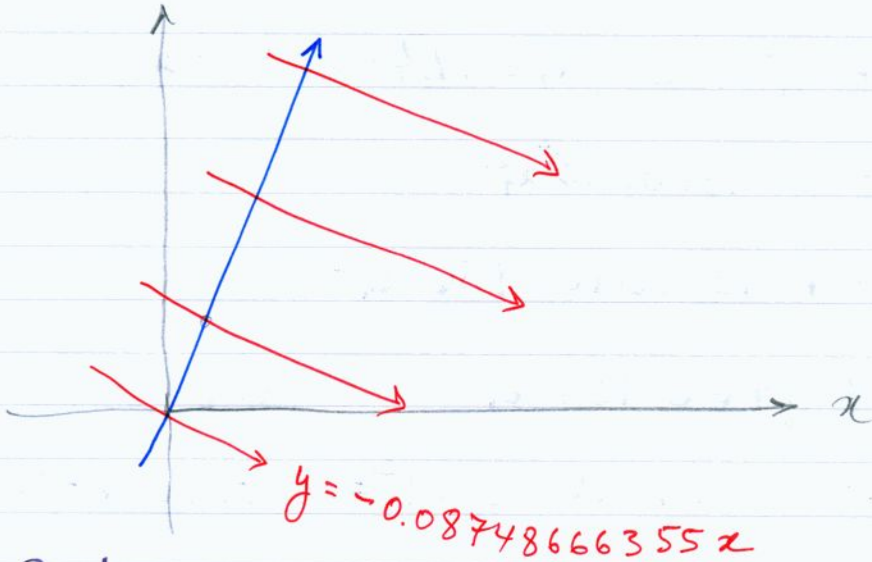
$$\boxed{y = 11.4300523x}$$

Agora vai-se procurar a intersecção da reta $y=1$ com a reta $y = 11.4300523x$.

Acha-se o ponto $(0.08748866353, 1)$

A distância entre o ponto $(0,0)$ e o ponto $(0.08748\ldots, 1)$ é de 1.003819838

Divide-se este valor por 10 obtendo-se 0.1003819838



Então, a questão agora é a reta que passa por 0,0 e ~~tem~~ é perpendicular a $y = 11.4300523x$ que é

$$y = -0.08748866355x$$

A segunda reta é a reta que passa pelo ponto que está na reta $y = 11.4300523x$ e está à distância $2 * 0.1003819838 = 0.2007639676$ do ponto (0.0) e é perpendicular a $y = 11.4300523x$.

Agora precisa-se achar o ponto sob a reta $y = 11.4300523x$ e está à uma distância conhecida de 0,0.

Então dada uma reta, um ponto e uma distância quer-se o outro ponto.

da fórmula pitagórica

$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$ e sabendo-se que $x_1 = 0$ e $y_1 = 0$ fica

$d^2 = x_1^2 + y_1^2$ e $y = 11.4300523x$

$d^2 = x_1^2 + 11.4300523^2 x_1^2$

$d^2 = x_1^2 + 130.6460956\, x_1^2$

$d^2 = 131.6460956\, x_1^2$

$d = 0.2007639676$ e $d^2 = 0.04030617069$

e $x_1^2 = 0.04030617069 / \cancel{0.20076}\ 131.6460956$

e $x_1 = 0.0174977327$ e $y_1 = 0.200000000$

A questão agora é a reta perpendicular a $y = 11.4300523x$ e que passa por $x_1 = 0.0174977327$ e $y_1 = 0.2$

A dizer, o coeficiente angular dessa nova reta perpendicular é -0.08748866355

A reta procurada é

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ onde x_1 e y_1 são os pontos onde ela passa.

A reta procurada é

$$y - 0.2 = -0.08748866355\,(x - 0.01749773276)$$

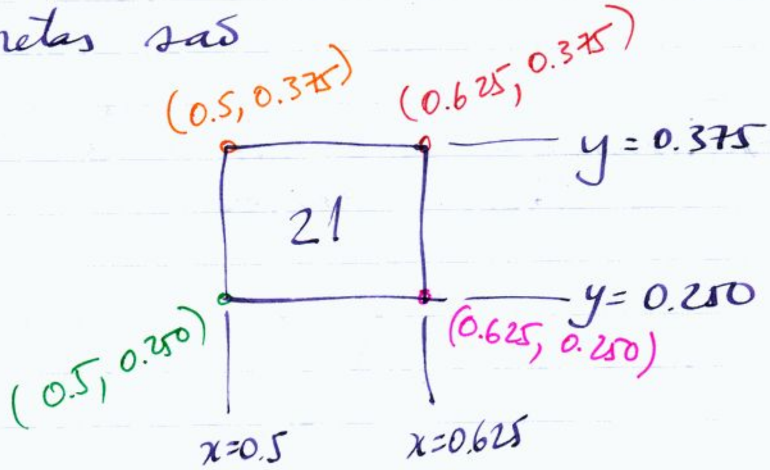
ou

$$y = -0.08748866355\,x + 0.2015308533$$

Agora deve-se examinar esta reta vis-à-vis às 4 retas delimitadoras do pixel em análise.

Considerando o pixel 21 (por hipótese)

Suas retas são



Vamos à intersecções:

1. da reta $x=0.5$ com a reta $y=-0.08x+0.201$ que dá o ponto: $(0.5, 0.161)$

2. da reta $x=0.625$ com a reta $y=-0.08x+0.201$ que dá o ponto: $(0.625, 0.151)$

3. da reta $y=0.25$ com a reta $y=-0.08x+0.201$ que dá:

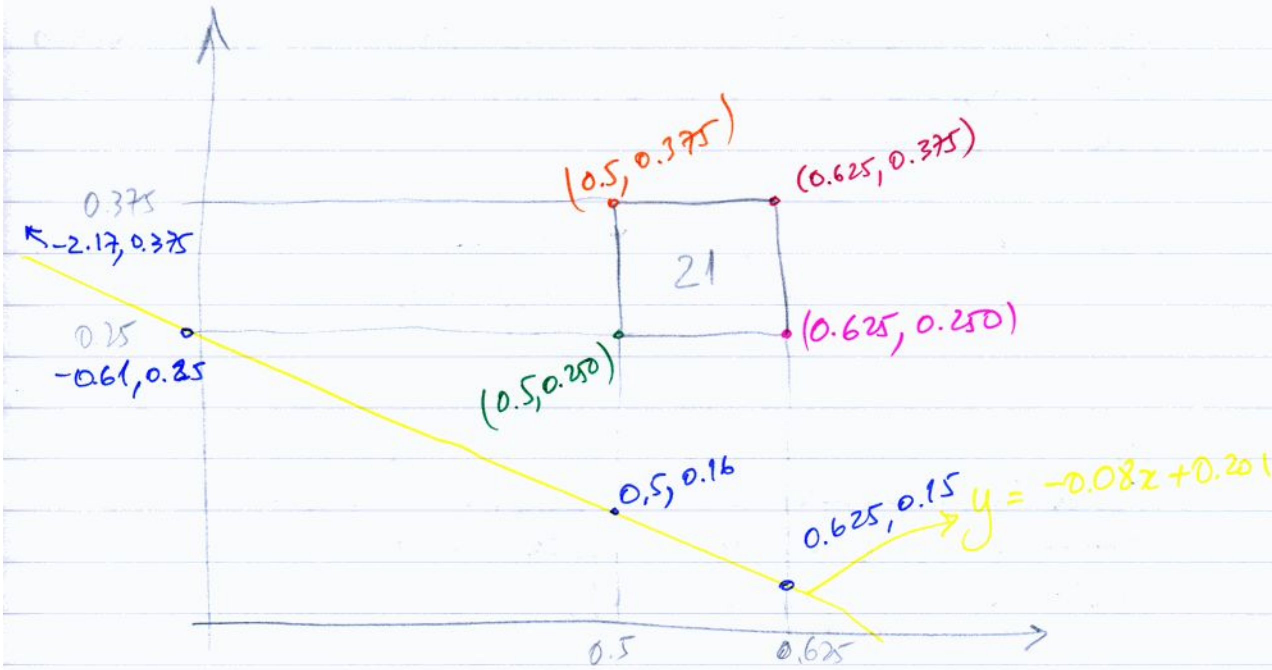
$$y=-0.08x+0.201 \quad e \quad y=0.25$$

$$0.25=-0.08x+0.201$$
$$0.25-0.201=-0.08x$$
$$0.049=-0.08x$$

$x=-0.6125$ e o ponto procurado é $(-0.6125, 0.25)$

4. da reta $y=0.375$ com a reta $y=-0.08x+0.201$, que dá $(-2.175, 0.375)$

graficamente este estado de coisas ficou assim



O ponto é: as coordenadas dos pontos estão dentro (ainda que no limite) dentro do pixel?

Vejamos:

Ponto 1:

coord. x $\Rightarrow$ $0.5 \leq -2.17 \leq 0.625$ ✗ E

coord y $\Rightarrow$ $0.25 \leq 0.375 \leq 0.375$ ✓?

Resposta: não

Ponto 2: $0.5 \leq 0.625 \leq 0.625$ ✓ E

$0.25 \leq 0.151 \leq \cancel{0.625}$ 0.375 ✗ $\Rightarrow$ NÃO

Ponto 3: $0.5 \leq -0.6125 \leq 0.625$ ✗ E

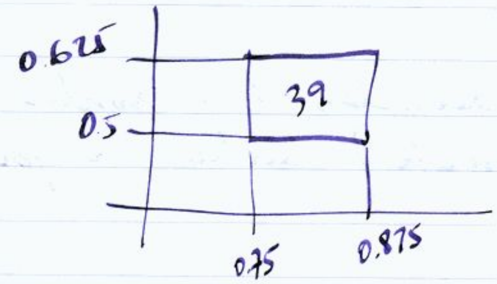
$0.25 \leq 0.25 \leq 0.375$ ✓ $\Rightarrow$ NÃO

Ponto 4: $0.5 \leq -2.175 \leq 0.625$ ✗ E

$0.25 \leq 0.375 \leq 0.375$ ✓ $\Rightarrow$ NÃO

Como a quantidade de pontos incluídos no pixel é ϕ (zero), o coeficiente da rotacao 5 raio 1 pixel 21 é zero.

Para terminar esta redação matematica, vamos pegar a rotacao de 35°, raio 6 e pixel 39.



35° ⇒ $y = 1.428148007x$ e a reta perpendicular a esta é $y = -0.700x$

Como é o raio 6, tem-se:

a intersecção da reta $y = 1.428148007x$ e a reta $y = 1$

nos dá o ponto

$$1 = 1.428148007x$$
$$x = 0.7002075381$$

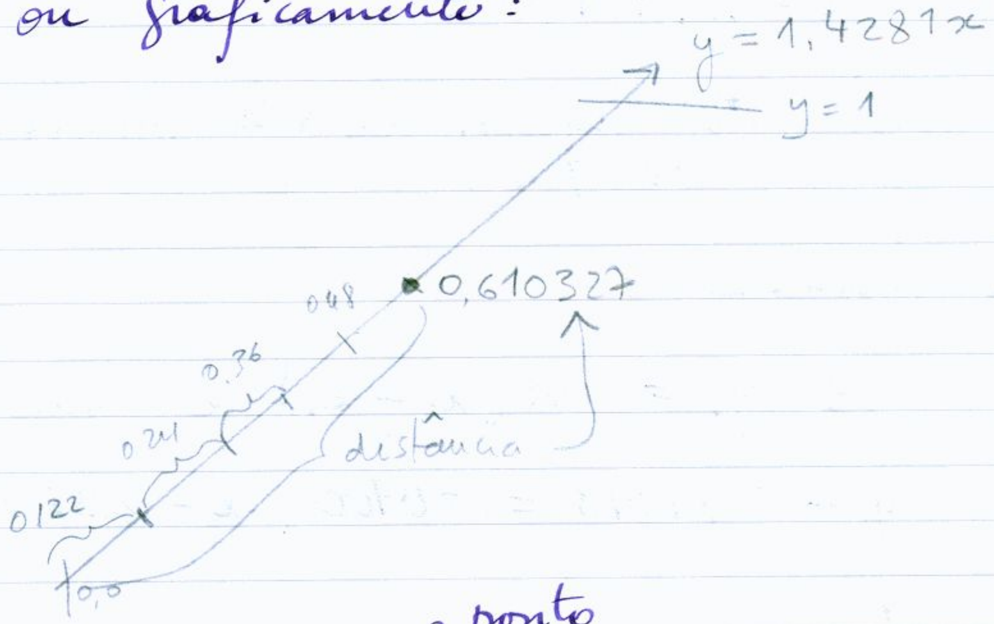
portanto o ponto é (0.700, 1)

24

A distância entre $(0,0)$ e $(0.700, 1)$ é

$$d^2 = (0.700)^2 + 1^2$$
$$= 0.49 + 1$$
$$d^2 = 1.49$$
$$d = \sqrt{1.49} = 1.220655562$$

que dividindo por 10 dá $= 0.122065\ldots$
ou graficamente:



Precisa-se achar ~~a reta~~ o ponto que ~~passa~~ por está em $y = 1.4281x$ e que está a 0.610327 da origem.

$$d^2 = x_1^2 + 1.4281x^2$$
$$0.610327^2 = x_1^2 + (1.4281^2) . x_1^2$$

$$0.372499 = x_1^2 + 2.0394\, x_1^2$$
$$0.372499 = 3.0394\, x_1^2$$

$$x_1^2 = \frac{0.372499}{3.0394} = 0.122554$$

$$x_1 = \sqrt{0.122554} = 0.35007$$

retornando à equação da reta original acha-se o ponto que é

$$(0.35007,\ 0.49993)$$

Agora, a reta que passa por (0.35007, 0.49993) e é perpendicular à reta

$$y = 1.428148\,x.$$

O coeficiente angular da reta procurada é -0.700.

a fórmula é

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ e fica:}$$

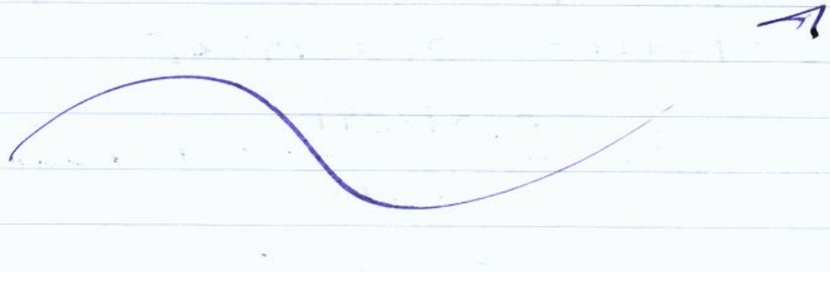
$$y - 0.49993 = -0.700\,(x - 0.35007)$$

ou

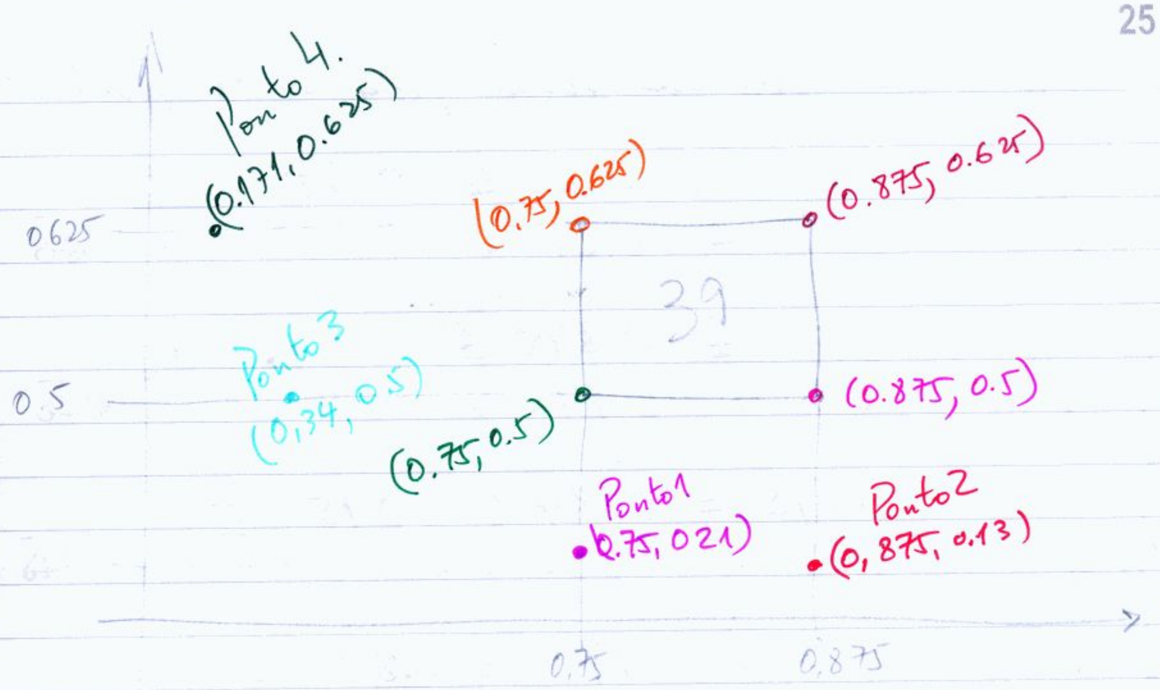
$$y - 0.49993 = -0.700x + 0.245049$$

$$y = -0.700x + 0.744979$$ que é a reta procurada

agora vamos de novo à análise gráfica:



25



a reta é $y = -0.700x + 0.744979$

Análise dos 4 pontos de intersecção:

da reta $y = -0.700x + 0.7449$ com a reta $x = 0.75$ ⟶ dá o ponto $(0.75, 0.2199)$.

com a reta $x = 0.875$ ⟶ dá o ponto $(0.875, 0.1319)$

com a reta $y = 0.5$, temos

$$0.5 = -0.700x + 0.7449 \text{ ou}$$

$$0.5 - 0.7449 = -0.700x$$

$$-0.2449 = -0.700x \quad \text{e} \quad x = \frac{0.2449}{0.700}$$

$$x = 0.3498, \cancel{0.5}$$

e o ponto é $(0.3498, 0.5)$

com a reta $y = 0.625$, temos

$$0.625 = -0.700x + 0.7449 \text{ ou}$$

$$-0.1199 = -0.700x \quad \text{e} \quad x = \frac{-0.1199}{-0.7}$$

$$x = 0.171285 \quad \text{e o}$$

ponto é $(0.171285, 0.625)$

Agora a análise final para os 4 pontos:

$P_1 - x$: $0.75 \leq 0.75 \leq 0.875$ E

$P_1 - y$: $0.5 \leq 0.21 \leq 0.625$ — NÃO

$P_2 - x$: $0.75 \leq 0.875 \leq 0.875$ E

$P_2 - y$ $0.5 \leq 0.13 \leq 0.625$ — NÃO

$P_3 - x$: $0.75 \leq 0.34 \leq 0.875$ E

$P_3 - y$ $0.5 \leq 0.5 \leq 0.625$ — NÃO

$P_4 - x$: $0.75 \leq 0.17 \leq 0.875$ E

$P_4 - y$: $0.5 \leq 0.625 \leq 0.625$ — NÃO

Logo: o coeficiente buscado para
rotacao 35°
raio 6
e pixel 39 é <u>Zero</u>

Se, ao contrário 2 pontos tivessem caído dentro do pixel, haveria que:

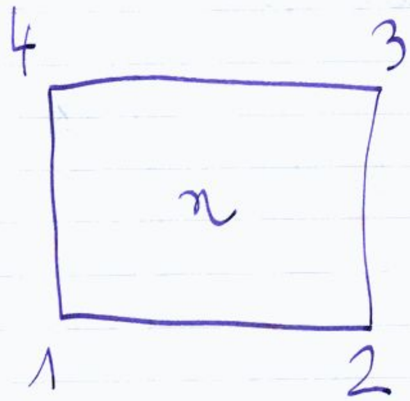
a) calcular a distância entre esses 2 pontos

b) o coeficiente buscado para essa rotação nesse raio e nesse pixel, seria o valor a) acima.

para preencher a matriz pontos

pontos ← 64 4 2 ρ ∅.

criei a função APL chamada preenchepontos que aparentemente funcionou muito bem criando a variavel PONTOS



Lista de funções a desenvolver:

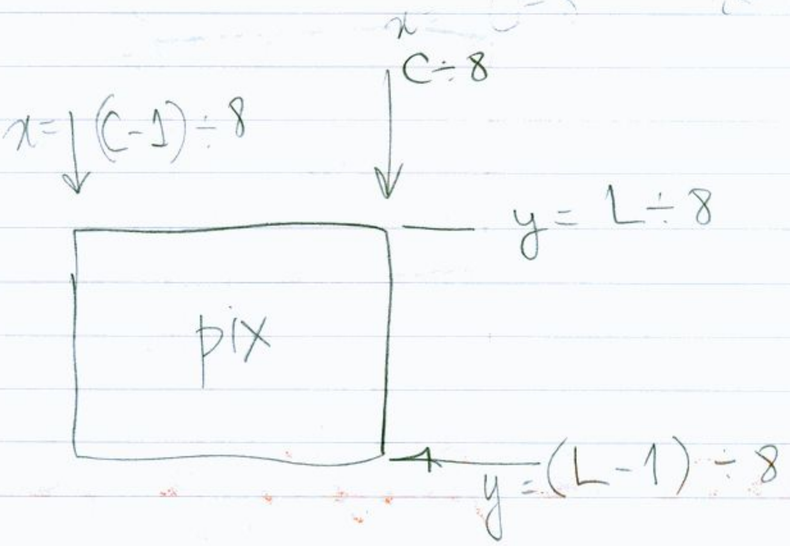
1. Dada uma reta na forma y=ax (ié: a) devolver o ponto de intersecção dessa reta com a reta y=1 que limita o corpo na posicao superior r← retapi a

2. Dada uma reta (a em y=ax+b) já que esta reta passa pela origem e uma distância devolver a reta (a, b) perpendicular à reta dada que passa pelo ponto especificado
   r← d reper a

3. Dada uma reta (a,b) e um pixel ($1 \leq p \leq 64$) estudar as intersecções dessa reta com as retas formadoras do pixel. Devolver 4 pontos

$r \leftarrow p$ est4p (a,b)

4. Dados 4 pontos e um número de pixel, determinar a possível distância entre 2 deles. Não havendo, deve retornar zero $r \leftarrow p$ distpix pts



pix — L, C

$L=3 \begin{cases} y=0.375 \\ y=0.25 \end{cases}$ $C=5 \begin{cases} x=0.5 & x=0.625 \end{cases}$

Elo aubrações na reconstituição:

coef ← 170 64⍴ criamatcoef

corpoprova ← 8 8 ⍴ aleatorios 0..1

s1 ← +/[2] coef × 170 64⍴, corpoprova

6 0 ⍕88⍴s1 ⌹ coef gera a solução do sistema que supostamente é o corpoprova

A prova:

corpoprova = 8 8⍴⌽,6 0⍕8 8 ⍴ sx ⌹ coef

nome do arquivo
F745

3e4
turma