Exercícios:

1. Escreva um algoritmo que leia uma matriz 10×10 e ache o maior valor, bem como sua linha e coluna.

2. Escreva um algoritmo que leia uma matriz 10×10 e ache a soma dos elementos da diagonal principal e também da diagonal secundária.

3. Escreva um algoritmo que leia uma matriz 10×10 e também um valor qualquer e informe se este valor está ou não na matriz.

4. Escreva um algoritmo que leia uma matriz 10×10 e também um valor qualquer (que está na matriz, pode ter certeza) e imprima os vizinhos (até 8) deste valor.

Totalização de matrizes

É comum ter-se uma matriz de valores referentes a um dado fenômeno e pretender-se obter totais em qualquer uma das duas dimensões. Acompanhe: Seja a matriz M composta pelo resultado das vendas de 8 filiais (8 colunas) nos 6 dias úteis (linhas) da semana passada. Pretende-se responder algumas perguntas:

a) Qual a maior filial ?; b) qual o dia da semana de maior movimento?; c) Qual a amplitude de filiais ? (a maior menos a menor); d) qual a amplitude de dias ? e) Quantos dias respondem por 50% das vendas ? etc etc.

Para responder a perguntas como essas, há que se criar um vetor de 8 valores (soma das filiais) e um de 6 valores para a soma dos dias. Acompanhe o algoritmo

```
função SOMA (VENDAS[6][8]:real) : (VF[8], VD[6]:real)
inteiro J, K
VF ← 0
VD ← 0
para J de 1 até 6
    para K de 1 até 8
        VD[J] ← VD[J] + VENDAS[J][K]
        VF[K] ← VF[K] + VENDAS[J][K]
    fim{para}
fim{para}
fim {função}
```

Zerando a matriz abaixo da diagonal principal

Este é um problema típico em teoria de grafos. A matriz de adjacência de um digrafo (grafo direcionado) usa todas as linhas da matriz. Se este grafo passar a ser considerado como não direcionado, a parte abaixo da diagonal principal precisa ser zerada. Eis o algoritmo que o faz:

```
função ZERAB (M[i][i]:real) : (MZ[i][i]:real)
inteiro L, C
para L de 1 até i
    para C de 1 até i
        se C < L
            MZ[L][C] ← 0
        senão
            MZ[L][C] ← M[L][C]
        fim{se}
    fim{para}
fim{para}
devolva MZ
fim{função}
```

multiplicação matricial

Este é um algoritmo famoso na matemática. Dadas as matrizes A (de i linhas por j colunas) e B (de k linhas por m colunas), onde $j = k$, obter a matriz C, multiplicação de A por B, de i linhas por m colunas, a partir de $C[i][m] = \sum_{x=1}^{j} A[i][x] \times B[x][m]$

Para implementá-lo, tem-se o

```
função MM (A[i][j], B[j][m]:real) : (C[i][m]:real)
inteiro AUX
inteiro IND1, IND2, IND3
para IND1 = 1 até i
    para IND2 = 1 até m
        AUX ← 0
        para IND3 = 1 até j
            AUX ← AUX + A[IND1][IND3] × B[IND3][IND2]
        fim{para}
        C[IND1][IND2] ← AUX
    fim{para}
fim{para}
devolva C
fim{função}
```

Transposta

Supondo a matriz M de i linhas por j colunas, a matriz transposta de M, reconhecida como $\phi M = M'$ é aquela obtida rotacionando-se seus elementos. M' terá j linhas por i colunas. Acompanhe o algoritmo

```
função ACHATRANSP (M[i][j]:real) : (TRA[j][i]:real)
inteiro K, L
para K de 1 até i
    para L de 1 até j
        TRA[L][K] ← M[K][L]
    fim{para}
fim{para}
devolva TRA
fim{função}
```

Solução de sistema de equações lineares

Seja A a matriz de coeficientes e seja B a matriz coluna de termos independentes em um sistema $Ax + B = 0$. O parâmetro do algoritmo é uma matriz de n linhas e $n + 1$ colunas, onde a matriz coluna B ocupa a $(n + 1)$-ésima coluna de A.

```
função RSEL (A[n][n+1]:real) : (R[n]:real)
real OLA
inteiro I,J,K
I ← 1
enquanto I < n
    J ← n
    enquanto J > I
        se A[J-1][I] = 0
            troque as linhas A[J] e A[J-1]
        fim{se}
        se A[J-1][I] = 0
            OLA ← 0
        senão
            OLA ← −A[J][I] ÷ A[J-1][I]
        fim{se}
        para K de 1 até n+1
            A[J][K] ← A[J][K]+(A[J-1][K]× OLA)
        fim{para}
        J ← J - 1
    fim{enquanto}
    I ← I + 1
fim{enquanto}
I ← n
enquanto I≥ 1
    R[I] ← A[I][I+1] ÷ A[I][I]
    para K de 1 até n
        A[K][I] ← A[K][I+1]-(A[K][I]× R[I])
    fim{para}
    I ← I - 1
fim{enquanto}
devolva R
fim{função}
```

Este algoritmo, pela sua complexidade vale alguma explicação. Seja o seguinte sistema:

$$\begin{array}{ccccccc} a.x & + & b.y & + & c.z & = & M \\ d.x & + & e.y & + & f.z & = & N \\ g.x & + & h.y & + & i.z & = & P \end{array}$$

O objetivo inicial é zerar g, e para isso, a nova linha (3) passará a ser a linha (3) somada com a linha (2) esta devidamente multiplicada por $\frac{-g}{d}$ e fica

$$\begin{array}{ccccccc} a.x & + & b.y & + & c.z & = & M \\ d.x & + & e.y & + & f.z & = & N \\ 0.x & + & h'.y & + & i'.z & = & P' \end{array}$$

Depois, o objetivo é zerar d e para isso a nova linha (2) passa a ser a linha (2) somada com a linha (1) esta devidamente multiplicada por $\frac{-d}{a}$ e fica

$$\begin{array}{ccccccc} a.x & + & b.y & + & c.z & = & M \\ 0.x & + & e'.y & + & f'.z & = & N' \\ 0.x & + & h'.y & + & i'.z & = & P' \end{array}$$

Finalmente, zera-se h' e para isso a linha (3) passa a ser a linha (3) somada com a linha (2) esta devidamente multiplicada por $\frac{-h}{e'}$ e fica

$$\begin{array}{ccccccc} a.x & + & b.y & + & c.z & = & M \\ 0.x & + & e'.y & + & f'.z & = & N' \\ 0.x & + & 0.y & + & i''.z & = & P'' \end{array}$$

Note que neste ponto, z pode ser calculado, fazendo-se $z = \frac{P''}{i''}$.

Conhecido z, a coluna 3 da matriz pode ser toda calculada e jogada para a coluna do termo independente. Ao fazer isto, passa-se a ter um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, x e y.

Agora o processo se repete até o final. Vamos ver um exemplo disto. Seja o sistema

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & 1z & = & 11 \\ 5x & + & -2y & + & 3z & = & 10 \\ 2x & + & y & + & -z & = & 1 \end{array}$$

Ao se zerar a primeira coluna

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & 1z & = & 11 \\ & + & -9.5y & + & 0.5z & = & -17.5 \\ & + & 1.8y & + & -2.2z & = & -3 \end{array}$$

Zerando a segunda coluna, fica:

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & 3y & + & 1z & = & 11 \\ & & -9.5y & + & 0.5z & = & -17.5 \\ & & & & -2.11z & = & -6.33 \end{array}$$

Com isto, recupera-se o valor $z = 3$, que aplicado no sistema,

$$\begin{array}{ccccc} 2x & + & 3y & = & 8 \\ & & -9.5y & = & -19 \end{array}$$

E daqui, sai $y = 2$. Aplicando-o fica $2x = 2$ E finalmente $x = 1$.

☞ Para você fazer

Resolva (a mão ou via computador, você decide ;-) o seguinte sistema de 8 equações lineares a 8 incógnitas:

2	1	2	2	1	2	-2	2	41
3	4	1	-1	4	-1	-2	2	76
2	1	-1	1	2	-3	1	4	65
2	-2	2	2	-2	2	1	2	17
2	2	4	4	4	5	6	2	140
1	2	-2	1	3	3	2	2	72
-4	1	3	6	1	1	1	-1	20
1	2	1	1	-2	3	-4	2	12

E, informe o valor das 8 variáveis encontradas:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8