

Argumentos fundamentais

Pode-se criar uma lista de argumentos fundamen-
tais, a saber:

Nome	fórmula (leia $\vdash$ como acarreta...)
Adição	$p \vdash p \vee q$ ou $p \vdash q \vee p$
Simplificação	$p \wedge q \vdash p$ ou $p \wedge q \vdash q$
Conjunção	$p, q \vdash p \wedge q$ ou $p, q \vdash q \wedge p$
Absorção	$p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$
Modus Ponens	$p \rightarrow q, p \vdash q$
Modus Tolens	$p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$
Silogismo Dis- juntivo	$p \vee q, \sim p \vdash q$ ou $p \vee q, \sim q \vdash p$
Silogismo Hi- potético	$p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$
Dilema Cons- trutivo	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r \vdash q \vee s$
Dilema Destru- tivo	$p \rightarrow q, r \rightarrow s, \sim q \vee \sim s \vdash \sim p \vee \sim r$

Demonstrações

A. $q \rightarrow p, \sim x, q \vee x \vdash p$

- 1) $q \rightarrow p$
- 2) $\sim x$
- 3) $q \vee x$

- 4) q por silogismo disjuntivo, de 2 3
- 5) p por modus ponens, de 1 4

B. $y \rightarrow p, y \wedge q \vdash p$

- 1) $y \rightarrow p$
- 2) $y \wedge q$

- 3) y por simplificacao, de 2
- 4) p por modus ponens, de 1 3

C. $p \vee w, w \rightarrow x, x \rightarrow z, \sim z \vdash p$

- 1) $p \vee w$
- 2) $w \rightarrow x$
- 3) $x \rightarrow z$
- 4) $\sim z$

- 5) ~ x por modus tolens, de 3 4
- 6) ~ w por modus tolens, de 2 5
- 7) p por silogismo disjuntivo, de 6 1

D. $u \wedge y, u \rightarrow z, z \rightarrow p \vdash p$

- 1) $u \wedge y$
- 2) $u \rightarrow z$
- 3) $z \rightarrow p$

- 4) u $\rightarrow$ p por silogismo hipotético, de 2 3
- 5) u por simplificação, de 1
- 6) p por modus ponens, de 4 5

E. $z \rightarrow p, r \rightarrow q, s \rightarrow r, t \vee s, t \rightarrow w, w \rightarrow z \vdash p \vee q$

- 1) $z \rightarrow p$
- 2) $r \rightarrow q$
- 3) $s \rightarrow r$
- 4) $t \vee s$
- 5) $t \rightarrow w$
- 6) $w \rightarrow z$

- 7) t $\rightarrow$ z por silogismo hipotético, de 5 6
- 8) z $\vee$ r por dilema construtivo, de 7 3 4
- 9) p $\vee$ q por dilema construtivo, de 1 2 8

F. $\sim x, p \rightarrow x, w \rightarrow s, s \rightarrow q, y \rightarrow w, u \rightarrow p, y \vee u \vdash q$

- 1) $\sim x$
- 2) $p \rightarrow x$
- 3) $w \rightarrow s$
- 4) $s \rightarrow q$
- 5) $y \rightarrow w$
- 6) $u \rightarrow p$
- 7) $y \vee u$

- 8) w $\vee$ p por dilema construtivo, de 5 6 7
- 9) w $\rightarrow$ q por silogismo hipotético, de 3 4
- 10) q $\vee$ x por dilema construtivo, de 9 2 8
- 11) q por silogismo disjuntivo, de 1 10

G. $z \vee u, u \rightarrow x, \sim x, z \rightarrow q, q \rightarrow s \vdash s$

- 1) $z \vee u$
- 2) $u \rightarrow x$
- 3) $\sim x$
- 4) $z \rightarrow q$
- 5) $q \rightarrow s$

- 6) z $\rightarrow$ s por silogismo hipotético, de 4 5
- 7) ~ u por modus tolens, de 2 3
- 8) z por silogismo disjuntivo, de 7 1
- 9) s por modus ponens, de 6 8

H. $\sim w, t \rightarrow z, x \rightarrow w, t \vee x, z \rightarrow y, y \rightarrow s \vdash s$

- 1) $\sim w$
- 2) $t \rightarrow z$
- 3) $x \rightarrow w$
- 4) $t \vee x$
- 5) $z \rightarrow y$
- 6) $y \rightarrow s$

- 7) z $\rightarrow$ s por silogismo hipotético, de 5 6
- 8) z $\vee$ w por dilema construtivo, de 2 3 4
- 9) z por silogismo disjuntivo, de 1 8
- 10) s por modus ponens, de 7 9

I. $q \rightarrow z, \sim z, v \rightarrow p, t \rightarrow r, r \rightarrow q, w \rightarrow v, u \rightarrow t, w \vee u \vdash p$

- 1) $q \rightarrow z$
- 2) $\sim z$
- 3) $v \rightarrow p$
- 4) $t \rightarrow r$
- 5) $r \rightarrow q$
- 6) $w \rightarrow v$
- 7) $u \rightarrow t$
- 8) $w \vee u$

- 9) v $\vee$ t por dilema construtivo, de 6 7 8
- 10) t $\rightarrow$ q por silogismo hipotético, de 4 5
- 11) p $\vee$ q por dilema construtivo, de 3 10 9
- 12) ~ q por modus tolens, de 1 2
- 13) p por silogismo disjuntivo, de 12 11

🔖 Para você fazer

1.
 $p \vee v, v \rightarrow t, \sim t \vdash p$

- 1) $p \vee v$
- 2) $v \rightarrow t$
- 3) $\sim t$

2.
 $\sim z, r \rightarrow q, u \rightarrow z, r \vee u \vdash q$

- 1) $\sim z$
- 2) $r \rightarrow q$
- 3) $u \rightarrow z$
- 4) $r \vee u$

3.
 $y \rightarrow r, y \wedge p \vdash r$

- 1) $y \rightarrow r$
- 2) $y \wedge p$

4.
 $r \rightarrow s, p \rightarrow r, p \wedge z \vdash s$

- 1) $r \rightarrow s$
- 2) $p \rightarrow r$
- 3) $p \wedge z$

5.
 $s \rightarrow p, p \rightarrow t, \sim q, s \vee q \vdash t$

- 1) $s \rightarrow p$
- 2) $p \rightarrow t$
- 3) $\sim q$
- 4) $s \vee q$

6. $s, p \rightarrow u, s \rightarrow v, v \rightarrow p \vdash u$

- 1) s
- 2) $p \rightarrow u$
- 3) $s \rightarrow v$
- 4) $v \rightarrow p$

7.
 $\sim y, w \rightarrow y, s \vee w, s \rightarrow u, u \rightarrow v \vdash v$

- 1) $\sim y$
- 2) $w \rightarrow y$
- 3) $s \vee w$
- 4) $s \rightarrow u$
- 5) $u \rightarrow v$

8.
 $\sim q, y \rightarrow q, z \vee y, z \rightarrow s, s \rightarrow w \vdash w$

- 1) $\sim q$
- 2) $y \rightarrow q$
- 3) $z \vee y$
- 4) $z \rightarrow s$
- 5) $s \rightarrow w$

9.
 $y \wedge z, z \rightarrow w, w \rightarrow x \vdash x$

- 1) $y \wedge z$
- 2) $z \rightarrow w$
- 3) $w \rightarrow x$

10.
O décimo exercício vai ser proposto (e resolvido) por você. Proponha um argumento e prove-o no verso.

