

Álgebra em maple

Como programa de álgebra, o maple é muito bom em operar sobre expressões algébricas, simplificando-as, fatorando-as, expandindo-as e finalmente resolvendo-as.

Antes de partir para as equações é importante distinguir entre 3 conceitos importantes em maple: seqüências, conjuntos e listas. Uma seqüência é uma série de constantes ou expressões separadas por vírgulas. Uma lista é uma seqüência dentro de COLCHETES e um conjunto é uma seqüência dentro de CHAVES. Exemplos:

seqüência: $4,7,x,\sin(x)$
 lista: $[4,7,x,\sin(x)]$
 conjunto: $\{4,7,x,\sin(x)\}$

As diferenças entre estas 3 entidades são:

- no conjunto, não importa a ordem dos elementos. Nas listas e seqüências a ordem é importante.
- as listas e seqüências podem ter elementos repetidos. Nos conjuntos, o maple elimina os duplos.
- uma seqüência de seqüências é uma seqüência
- a quantidade de elementos em lista ou conjunto é dada por $\text{nops}(x)$

Para os conjuntos estão definidas as operações de *union* (união), *intersect* (intersecção), *minus* (diferença) e *subset* (subconjunto).

Para recuperar o *i*-ésimo elemento de uma lista ou conjunto X , escreve-se $X[i]$. No lugar do *i* pode-se escrever um intervalo de valores inteiros no formato $i..j$.

Antes de começar a escrever expressões, note-se um detalhe importante: Ao entrar uma expressão no modo texto, a multiplicação deve ser explicitamente colocada (fazer $18 * x$ ao invés de $18x$) e a linha deve ser explicitamente terminada por ; ou :. Já no modo matemática, A multiplicação pode ser feita usando $*$ ($18 * x$), ou deixando um espaço entre os dois fatores ($18 x$), ou em certos casos sem deixar espaço nenhum ($18x$). Deve-se ter alguma disciplina aqui, sob pena de pagar muito sofrimento depois. Um exemplo real: ao digitar $18xy$, o maple considerou uma variável de nome xy , que nada tinha a ver com x nem com y .

Isto tem a ver com a modalidade de entrada de comandos em maple: Há 2 opções disponíveis, chamadas 1-D (ou maple) e 2-D. A segunda tornou-se padrão em versões maiores do maple. A decisão de como trabalhar deve-se dar no comando Ferramenta-Opções-Exibir-Exibição da entrada.

Veja a seguir uma lista das operações algébricas mais importantes do maple:

factor Fatora uma expressão algébrica, transformando-a em fatores primos. Exemplo: seja $eq1:=8*x^3 - 18*x*y^2 + 20*x^2*y - 45*y^3$; O $\text{factor}(eq1)$ é $(3y+2x)(5y+2x)(23y+2x)$

expand Expande uma expressão algébrica. Exemplo $\text{expand}((x+1)^4)$; dá como resposta $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

simplify Simplifica uma expressão. Nem sempre é fácil definir o que é uma expressão mais simples. O comando possui um segundo parâmetro opcional que permite fazer suposições sobre as variáveis envolvidas. Exemplo: $y:=\text{sqrt}(a^2 * (b + 1)^2)$; Dá como resposta $y := \sqrt{a^2(b+1)^2}$. Escrevendo $\text{simplify}(y)$; fica $y := \sqrt{a^2(b+1)^2}$. Mas, fazendo $\text{simplify}(y, \text{assume=nonnegative})$; a resposta é $a(b+1)$.

subs Permite substituir variáveis por valores ou por outras variáveis em uma expressão. Seu formato é $\text{subs}(x=\text{exp1}, y=\text{exp2}, \dots, \text{expressão})$. Por exemplo $\text{subs}(x=2, x^2 + y^2 + z^3)$; fica $4 + y^2 + z^3$.

normal Transforma a expressão em *numerador/denominador*, onde ambos são polinômios relativamente primos com coeficientes inteiros.

solve Resolve uma equação, que é uma expressão com um sinal de igual no meio. Se não tem o igual, o maple assume que a expressão dada é igual a zero. A resposta é uma seqüência de raízes. Exemplo $\text{solve}(4*x - 1 = 7*x + 9)$; A resposta é $-\frac{10}{3}$.

fsolve Igual ao anterior, mas dando o resultado na forma de números em ponto flutuante.

isolve resolve equações diofantinas (i=inteiro)

msolve resolve equações com congruência do tipo $f(x) \equiv b \pmod p$

combine Quando possível combina expressões (sobretudo expressões trigonométricas envolvendo seno e cosseno).

convert Converte uma expressão na outra (veja as opções em $?convert?$. Exemplo: $> \text{convert}(x^3/(x^2-1), \text{parfrac}, x)$; dá como resposta $x + 1/2(x-1)^{-1} + 1/2(x+1)^{-1}$

collect Converte a expressão em um polinômio geral. Exemplo: $> \text{collect}((x+1)^3*(x+2)^2, x)$; dá $4x^5 + 7x^4 + 19x^3 + 25x^2 + 16x$

rhs Lado direito de uma equação

lhs Lado esquerdo de uma equação

numer Extrai o numerador de uma expressão

denom Extrai o denominador de uma expressão

evalf Avalia uma expressão usando ponto flutuante

evalc Avalia uma expressão usando aritmética complexa e responde com o formato $a+I*b$.

evalb Avalia uma expressão booleana (retorna *true*, *false* ou *FAIL*).

Diferença entre expressão e função Suponha a expressão $x^2 + y^2$. Definindo-a como expressão, fica $> e:=x^2+y^2$; Já a definição como função, fica: $> f := (x,y) \rightarrow x^2+y^2$; Para avaliar a expressão no ponto $x = 1$ e $y = 2$, faz-se: $> \text{eval}(e, [x=1, y=2])$; cuja resposta é 5. A função é $> f(1,2)$; que também dá 5.

☞ Para você fazer

Entre no Maple, até ter uma folha de trabalho em branco para começar sua tarefa. A seguir

1. Refaça todos os exemplos desta folha até aqui, para minimamente sentir-se à vontade com o Maple.
2. Dada a expressão $y := ((x + 1) * (x - 2)^2 / ((s^2 - 4 * x + 7) * (x - 6)^3))$ e fazendo $\text{expand}(y)$ pergunta-se quantas parcelas tem o resultado ?
3. Ache uma solução aproximada (fsolve) para a equação $4^x + 6^x = 9^x$
4. Defina a função $g := (x) \rightarrow \log_{10}(x + 1000) + 4.5$ e calcule seu valor no ponto $g(2)$ (Digits:=3)
5. Defina $p := \text{expand}((x - 7)^6)$ e $q := \text{expand}((x - 6)^5)$ e $r := p/q$ Olhe o jeito de r . Calcule a expressão resultante em $x = 2$, com Digits:=3.
6. Fazendo $\text{solve}(x^4 - 5 * x^2 - 6 * x = 2, x)$ Pergunta-se quantas raízes diferentes o maple acha ?
7. Qual a maior raiz real de $x^5 - 3 * x^2 + 1 = 0$? (Use fsolve)

8. Defina a função $g := x \rightarrow x^3 - 8 * x^2 + 33$ e ache o valor dessa função no ponto 8.
9. Quanto é $\text{expand}((x - 3) * (x - 4))$
10. Resolva a equação $315x \equiv 12 \pmod{401}$
11. Qual o erro na expressão $e := \text{sen}(x)^2 + \text{cos}(x)^2$ Que deveria dar 1 para qualquer valor de x , mas não dá ?
12. Qual o valor absoluto (em magnitude) das duas raízes da equação $x^2 + 1 = 0$
13. Defina a função $f1 := (x,y) \rightarrow x^2 + 3 * y^2 - 22$; e a seguir, calcule o valor da função $f1$ no ponto (2,3).
14. Calcule $e^{\frac{\pi^2}{2}}$ com Digits:=3
15. Defina a função $f := (x) \rightarrow \tan(x) + \tan(x)^2 + 2$ e a seguir calcule o valor da função f para $x=1$ rd. (Digits:=3)
16. Entre a expressão $e^{a+\ln(b * e^x)}$ e aplique o comando *simplify* sobre ele. Transcreva o resultado.
17. Qual o valor numérico (fsolve) das raízes da equação $x^6 - 2 * x^2 + 2 * x = 0$ (Digits:=3)
18. Quantas raízes reais há em $x^3 - 3 * x^2 - 10 = 0$?
19. Faça $c := 2 * \sin(x) * \cos(x) + \cos(x)^2 - \sin(x)^2$ Depois *combine*(c)
20. Dada a expressão $y := ((x - 1) * (x + 2)^2 / ((s^2 - 4 * x + 7) * (x - 6)^3))$ e fazendo $\text{expand}(y)$ pergunta-se quantas parcelas tem o resultado ?

resultado	11
2	12
3	13
4	14
5	15
6	16
7	17
8	18
9	19
10	20

