

Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567,
'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte',
'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567,
'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973],
'motorista':[34567,1980],
'passaporte': [8998,2001],
'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

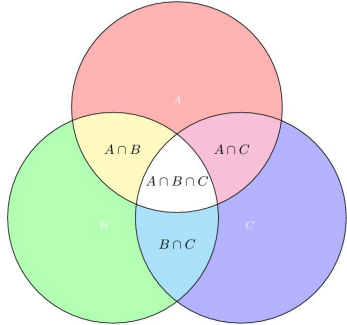
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	3	10	7	2	1	11	6	8
	B	3	7	15	4	1	9	11	2
	C	5	8	11	7	14	12	3	1
2	A	4	15	2	12	6	8	11	13
	B	13	9	11	8	10	6	2	14
	C	12	9	8	5	13	2	15	3
3	A	1	9	8	10	13	7	5	15
	B	1	12	15	7	3	5	9	2
	C	5	14	15	10	13	6	1	4

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

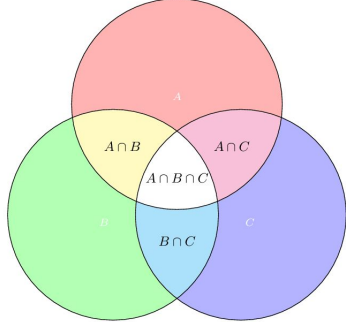
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	3	2	7	15	9	14	12	6
	B	15	10	3	5	8	14	13	7
	C	7	9	15	1	3	8	4	14
2	A	10	11	1	7	6	13	9	5
	B	14	4	8	1	10	12	5	2
	C	10	5	6	13	2	9	1	3
3	A	15	10	11	8	14	5	2	4
	B	12	15	11	8	6	3	5	9
	C	13	14	1	7	4	12	15	8

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

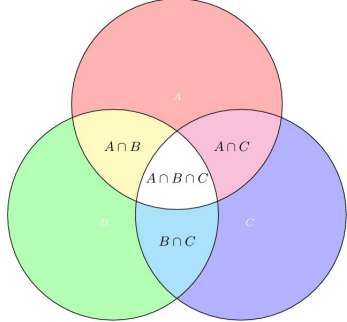
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	12	5	1	7	10	8	15	14
	B	5	12	15	3	2	13	11	14
	C	12	3	5	2	13	6	14	4
2	A	8	4	9	13	10	3	2	15
	B	1	14	12	10	7	13	5	2
	C	3	9	8	2	13	7	10	5
3	A	3	7	15	2	11	14	12	9
	B	15	8	10	2	3	5	4	11
	C	9	10	1	3	15	4	11	12

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

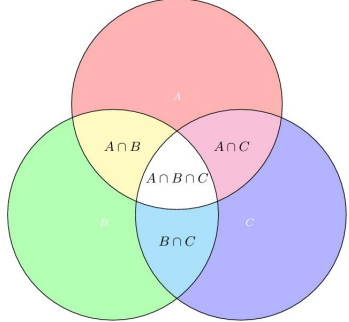
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	12	11	4	5	10	15	7	3
	B	7	10	5	1	6	14	13	11
	C	14	8	11	10	15	6	4	3
2	A	6	7	10	5	2	13	12	8
	B	15	6	13	11	5	8	4	1
	C	7	4	12	1	5	2	10	14
3	A	10	15	12	4	14	13	11	8
	B	5	13	1	8	7	9	12	4
	C	13	12	2	11	9	1	5	14

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567,
'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte',
'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567,
'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973],
'motorista':[34567,1980],
'passaporte': [8998,2001],
'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

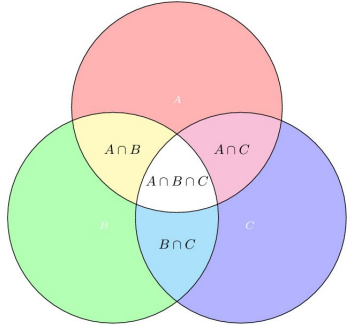
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	8	3	15	4	10	13	2	12
	B	11	15	6	10	1	4	5	14
	C	13	3	7	8	12	2	1	11
2	A	2	10	3	12	5	7	8	6
	B	1	8	9	5	2	4	13	7
	C	7	4	6	9	12	1	13	15
3	A	7	8	6	12	5	11	10	3
	B	12	15	11	5	4	1	13	8
	C	7	11	3	10	15	4	13	9

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

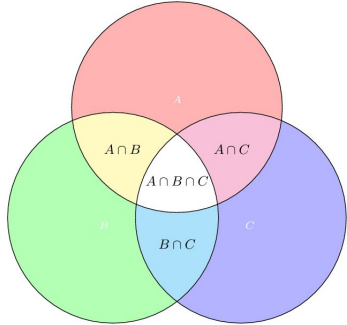
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	13	5	10	11	14	2	4	8
	B	10	11	12	6	9	3	2	5
	C	5	3	15	12	1	14	4	9
2	A	1	6	7	12	14	11	9	13
	B	12	1	5	2	11	10	6	9
	C	11	9	3	12	10	2	5	7
3	A	10	15	13	3	11	12	14	2
	B	11	6	15	8	9	1	7	4
	C	10	4	13	14	1	6	5	7

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

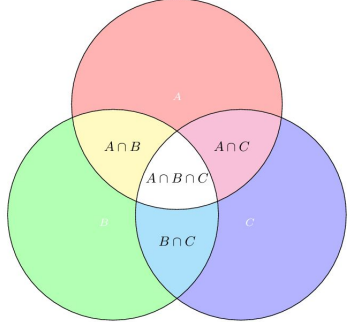
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	1	7	4	5	10	12	15	8
	B	14	3	1	13	12	6	11	15
	C	12	14	9	2	7	3	13	10
2	A	14	4	13	12	7	2	3	6
	B	14	12	11	7	15	9	4	1
	C	5	13	9	1	6	12	2	11
3	A	1	13	10	2	12	7	9	11
	B	4	13	1	15	10	12	6	7
	C	3	6	1	10	7	12	9	14

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

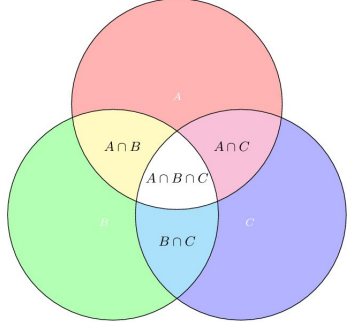
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)^c
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	2	6	15	9	14	8	11	13
	B	2	7	9	5	8	14	10	15
	C	8	15	4	6	11	1	3	9
2	A	2	14	11	1	8	10	5	3
	B	3	14	1	13	2	6	11	10
	C	6	4	11	14	5	1	3	10
3	A	7	1	5	10	6	2	13	12
	B	5	7	9	6	8	1	10	13
	C	5	10	12	11	3	2	8	9

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

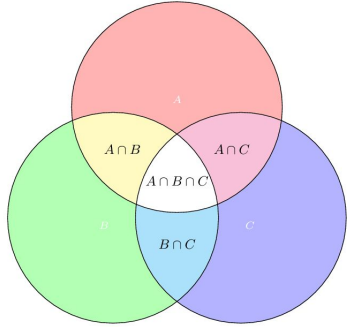
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	6	1	12	8	13	3	4	11
	B	12	7	15	8	2	5	10	4
	C	13	9	5	12	8	1	15	10
2	A	3	14	9	10	4	5	6	1
	B	8	2	11	12	5	9	7	4
	C	11	6	4	7	10	1	9	12
3	A	12	4	5	15	2	10	13	14
	B	2	3	10	5	15	6	12	13
	C	4	15	7	9	11	6	10	5

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

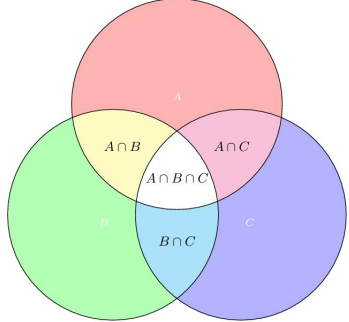
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	2	4	14	6	13	11	7	5
	B	6	9	15	12	7	2	3	11
	C	12	3	5	10	7	15	4	13
2	A	11	15	6	8	3	9	7	1
	B	11	8	4	12	7	2	10	1
	C	14	10	7	13	12	5	3	1
3	A	6	9	5	15	13	12	8	4
	B	8	10	11	5	9	12	4	6
	C	15	12	9	5	13	4	7	10

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

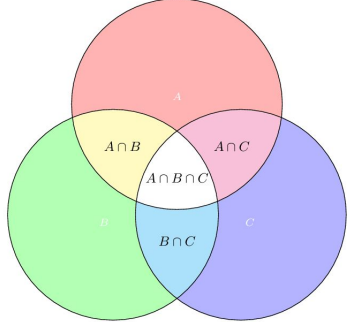
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	14	15	11	3	9	12	13	2
	B	12	1	10	5	15	3	6	11
	C	9	4	6	2	7	11	14	10
2	A	6	1	12	15	7	4	3	14
	B	2	11	15	13	1	6	7	10
	C	8	15	7	3	10	1	13	12
3	A	1	5	11	7	3	2	9	4
	B	8	5	12	13	2	3	7	9
	C	3	9	4	13	2	1	15	11

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,3,4,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{3, 4, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{3, 4, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

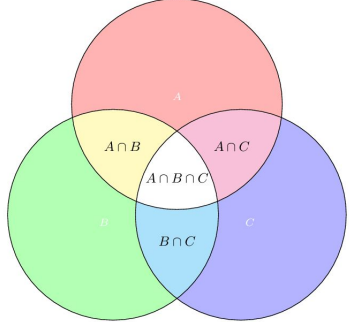
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	14	13	9	10	4	5	15	7
	B	15	3	14	7	13	9	1	12
	C	11	12	15	4	1	10	14	7
2	A	9	3	1	10	8	15	12	7
	B	4	10	9	3	12	15	2	14
	C	7	10	4	5	13	8	2	9
3	A	13	8	6	11	14	2	3	12
	B	2	7	4	12	9	5	3	15
	C	5	1	11	7	3	9	13	4

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

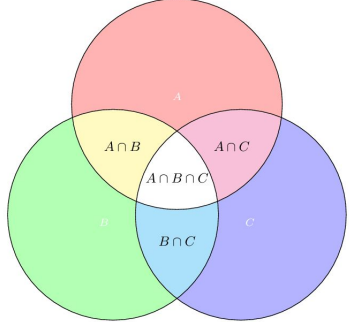
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	6	7	1	2	11	3	10	8
	B	14	9	7	13	6	12	10	3
	C	15	3	11	10	13	8	1	12
2	A	12	2	8	9	5	15	4	14
	B	6	7	14	8	13	11	2	5
	C	6	5	9	4	3	7	8	1
3	A	11	12	8	13	7	9	6	3
	B	14	9	5	7	13	15	6	10
	C	1	15	10	7	14	4	11	8

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

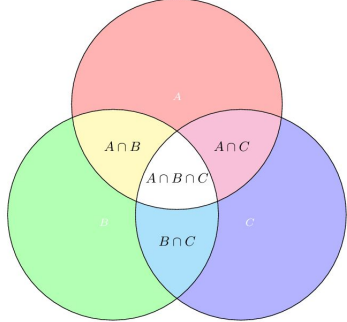
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	4	2	12	3	5	14	13	11
	B	13	2	15	10	7	1	14	12
	C	13	5	3	4	11	6	2	12
2	A	8	2	5	13	15	11	3	14
	B	11	10	9	7	14	6	12	15
	C	4	8	9	3	2	10	1	11
3	A	4	13	10	2	15	9	6	7
	B	2	8	7	1	6	12	11	5
	C	3	6	2	12	4	1	14	11

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de
chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos
:.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567,
'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte',
'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567,
'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973],
'motorista':[34567,1980],
'passaporte': [8998,2001],
'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # interseção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

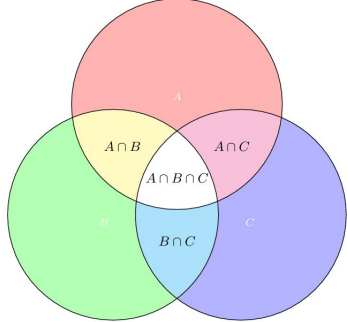
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	1	6	7	15	2	5	12	10
	B	11	1	13	15	2	5	12	8
	C	15	8	3	4	12	5	1	11
2	A	10	4	8	11	15	1	14	5
	B	13	9	11	12	4	10	8	5
	C	14	15	4	8	6	1	11	5
3	A	13	10	5	8	15	9	3	6
	B	1	15	12	8	6	9	10	2
	C	10	7	14	13	9	1	11	8

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

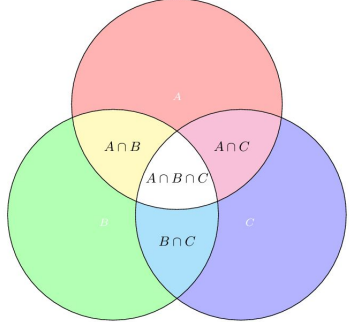
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	14	5	1	13	11	2	12	9
	B	6	3	12	15	1	10	9	13
	C	13	7	5	1	8	3	10	14
2	A	2	14	7	10	6	1	12	9
	B	2	4	11	5	10	15	13	12
	C	13	2	15	7	8	11	1	4
3	A	11	12	3	6	14	9	8	2
	B	4	7	10	5	15	13	9	3
	C	8	1	11	5	6	2	13	10

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

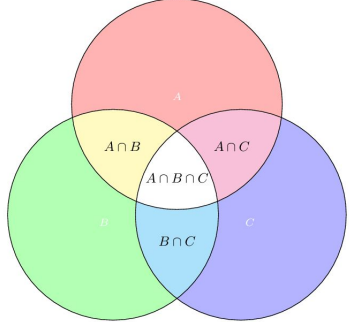
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	1	14	4	9	10	2	3	5
	B	9	11	7	1	12	2	4	6
	C	9	8	13	4	15	14	3	12
2	A	7	15	12	9	6	4	1	14
	B	9	3	11	7	5	1	14	15
	C	4	1	12	9	15	3	10	14
3	A	4	8	6	3	12	5	2	15
	B	5	7	4	3	11	8	1	13
	C	5	2	6	1	15	3	14	11

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

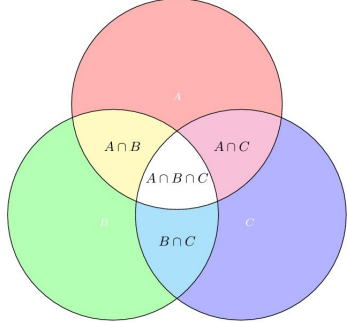
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	4	3	8	2	6	7	13	14
	B	8	9	12	5	6	11	13	3
	C	3	15	9	6	1	13	2	7
2	A	7	13	15	1	2	3	10	5
	B	12	13	10	14	5	15	7	3
	C	7	8	13	10	15	11	9	2
3	A	14	11	2	10	13	12	9	7
	B	9	4	6	12	10	13	5	7
	C	5	4	14	2	3	1	13	15

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										



Tuplas, Dicionários e Conjuntos em Python

Uma tupla é como se fosse uma lista, mas é uma lista imutável. Uma tupla é criada usando-se parênteses e dentro deles os elementos da tupla. Lembre que as listas são criadas com colchetes. Acompanhe

```
>>> a=[1,2,3,4]
>>> a[2]=55
>>> a
[1, 2, 55, 4]
>>> b=(1,2,3,4)
>>> b
(1, 2, 3, 4)
>>> b[2]=55
TypeError: 'tuple' object does not support item assignment
```

Tuplas suportam a maior parte das operações de listas, como fatiamento e indexação (para leitura) e são bastante usadas para listas de constantes. Ao criar uma lista de elementos separados por vírgulas, sem nenhum delimitador, você estará criando uma tupla. Esta operação é chamada de empacotamento. Acompanhe

```
>>> viva = 1,2,3,4
>>> viva
(1, 2, 3, 4)
```

Dicionários Uma estrutura de dados parecido a lista, mas com o detalhe: enquanto listas são acessadas pelo índice, dicionários são acessados por uma parte de seu conteúdo, denominada chave. Assim, o dicionário é composto de pares: chave e conteúdo e o que o dicionário faz é associar uns a outros. Os dicionários são criados usando-se chaves {} O formato é

```
a = { chave: valor, chave: valor, ... }
a é o nome do dicionário, e dentro dele há pares de chave:valor, separadas pelo caractere dois pontos :.
```

Depois de criado um dicionário é consultado escrevendo-se seu nome, colchete, a chave desejada e fecha-colchete. Acompanhe

```
>>> documentos={'rg':1234, 'motorista':34567, 'passaporte': 8998, 'coxa': 23454}
>>> documentos['passaporte']
8998
```

Quando se atribui um valor a uma chave, se a mesma não existir ainda, será criada com este valor. Se ela já existisse, teria seu valor alterado para aquele agora fornecido.

Um detalhe importante é que a ordem dos elementos dentro de um dicionário não pode ser importante pois não é garantida.

Se um acesso é feito a um dicionário para uma chave inexistente ocorre um erro de Keyerror. Para evitar tal erro, se necessário, deve-se fazer uma consulta com o operador in

```
if 'pis/pasep' not in documentos:
    documentos['pis/pasep'] = 555
```

As chaves e os conteúdos podem ser acessados como se fossem uma lista, veja

```
>>> documentos.keys()
dict_keys(['rg', 'motorista', 'passaporte', 'coxa', 'pis/pasep'])
>>> documentos.values()
dict_values([1234, 34567, 8998, 23454, 555])
```

Bote que eles voltam na forma de geradores. Podem ser usados diretamente em ciclos for, ou transformados em lista usando-se list. Para apagar uma chave, usa-se a instrução del. Veja

```
>>> del documentos['coxa']
>>> documentos
{'rg': 1234, 'motorista': 34567, 'passaporte': 8998, 'pis/pasep': 555}
```

Nada impede que o dicionário associe uma chave a uma lista (ou a outro dicionário...). Suponha que para cada documento, quero saber o número e o ano em que foi emitido. Poderia fazer

```
>>> documentos={'rg':[1234, 1973], 'motorista':[34567,1980], 'passaporte': [8998,2001], 'coxa': [23454,1985]}
```

Conjuntos Um conjunto é uma lista de coisas (um conjunto ou como se diz em Python: set), com 2 características e algumas operações específicas. As características:

- Não importa a ordem original dos elementos
- Não há elementos repetidos: se houver o Python deixa uma cópia só.

Em razão da primeira propriedade os conjuntos não suportam indexação nem fatiamento.

O conjunto pode ser criado oferecendo um conjunto de elementos à função set ou mais simplesmente, colocando os elementos entre chaves. Acompanhe

```
>>> a = {1,2,3,4,5,3,2}
>>> a
{1, 2, 3, 4, 5}
>>> b=set([1,2,3,4,5,1])
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5}
```

As operações associadas a conjuntos, são aquelas da matemática básica e são:

Intersecção: Dados dois conjuntos A e B, a intersecção de A e B, A ∩ B é o conjunto dos elementos que estão em A e em B. A intersecção usa o símbolo &. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A & B
{8, 6}
```

União dados A e B, conjuntos, a união de A com B, denotada A ∪ B é o conjunto dos elementos que estão em A ou em B. Seu símbolo é |.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A|B
{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

diferença Retorna os elementos de A que não estão em B. Seu símbolo é -.

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A-B
{2, 10, 4}
```

diferença simétrica Retorna todos os elementos de ambos os conjuntos que pertencem somente a um deles. O símbolo é ^. Veja

```
>>> A={2,4,6,8,10}
>>> B={5,6,7,8,9}
>>> A^B
{2, 4, 5, 7, 9, 10}
```

Acompanhe agora alguns exemplos:

```
>>> a={1,2,34,5,6,7}
>>> b=set([1,2,3,4,5,6])
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a=set(a)
>>> a
{1, 2, 34, 5, 6, 7}
>>> b
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
>>> a|b # uniao
{1, 2, 34, 3, 5, 6, 7, 4}
>>> a&b # intersecção
{1, 2, 5, 6}
>>> a-b # diferença
{34, 7}
>>> a^b # diferença simétrica
{34, 3, 4, 7}
```

Uma aplicação prática do uso de dicionários. Seja a sequência de Fibonacci que é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... e cuja formulação é:

$$\begin{cases} F(1) &= 1 \\ F(2) &= 1 \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \quad \text{se } n \geq 3 \end{cases}$$

Implementando diretamente esta definição em Python, fica-se com

```
def fibo(n):
    if n<3:
        return 1
    else:
        return fibo(n-1)+fibo(n-2)
xx = int(input('informe n '))
print(fibo(xx))
```

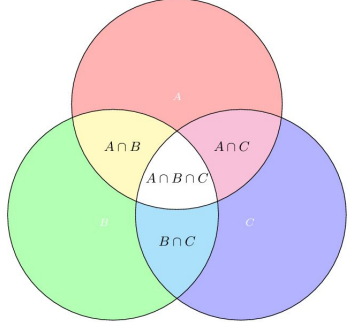
Cujos tempos de execução são: F(20)=6 milésimos de segundo; F(30)=0.42 segundos, F(40)=49 segundos, F(41)=80 segundos e F(42)= 131 segundos e paramos por aqui. O problema desta implementação é o recálculo do mesmo valor para a função muitas vezes. Acompanhe: para calcular fibo(3) fazem-se 2 chamadas a fibo (fibo(1) e fibo(2)). Para calcular fibo(4) fazem-se 2 chamadas a fibo(2) e fibo(3). Como fibo(3) são 2 chamadas, no total são 4 chamadas. Fibo(5) são 6, fibo(6) são 10, fibo(7), 16; fibo(8) 26, fibo(9) 42... e as chamadas também compõe uma outra sequência de Fibonacci. O caso é que para calcular f(100) o computador deve demorar mais de 1 mês de processamento. A alternativa é o que se chama algoritmo memoizável que nada mais faz do que guardar o resultado já calculado. Onde ? Neste caso em um dicionário. Acompanhe

```
d = {1:1, 2:1}
def fibm(n):
    aa=d.get(n)
    if aa is None:
        d[n]=fibm(n-1)+fibm(n-2)
        return d[n]
    else:
        return aa
print(fibm(xx))
```

Olhe os tempos: fibm(30) demora 5 milésimos, fibm(40), 9 milésimos e fibm(100) demora 9 milésimos também.

Para você fazer

Vamos brincar um pouco com a Teoria dos Conjuntos com a ajuda do Python. Suponha três conjuntos A, B e C, assim dispostos



Você deve achar a cardinalidade dos conjuntos a seguir descritos em 3 casos e deve somar os valores encontrados.

```
M= A ∩ B ∩ C
N= A ∩ B ∩ C^c
P= A ∩ B^c
Q= C ∩ (A ∪ B)^c
R= A ∩ (B ∪ C)
S= (B ∩ (A ∪ C)^c) ∪ (A ∩ C ∩ (A ∩ B ∩ C)^c)
T= A ∪ B ∪ C
U= (A ∩ B ∩ C^c) ∪ (A ∩ C ∩ B^c) ∪ (B ∩ C ∩ A^c)
V= (A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)
W= (A ∪ B ∪ C) ∩ ((A ∩ B) ∪ (A ∩ C) ∪ (B ∩ C))^c
Lembre que A ∩ B^c ⇔ A - B
```

Eis os valores a usar:

1	A	1	14	4	5	6	13	10	9
	B	4	3	1	11	8	14	13	12
	C	8	2	11	6	9	7	5	4
2	A	9	11	2	5	12	15	4	8
	B	10	7	2	6	12	13	14	5
	C	1	4	15	14	8	12	13	10
3	A	7	5	11	15	6	14	12	9
	B	5	15	14	6	7	9	8	12
	C	11	4	9	3	8	12	5	14

Para a resposta, preencha a cardinalidade (o número de elementos) de cada conjunto.

ex.	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	W
1										
2										
3										
Σ										

