

Caminhos mínimos: Floyd modificado

Bibliografia: Introdução à Teoria dos Grafos (Rabuske, UFSC)

Suponha um grafo DIRIGIDO, representado por sua matriz de custos, com sua diagonal principal zerada (sem laços). Esta matriz deve ser assim interpretada: o valor em $C[i][j]$ representa o custo da ligação de i para j . Quando não há ligação, isto deve ser representado por ∞ . A matriz original é K_0 . A seguir, são calculadas as matrizes $K_1, K_2, \dots, K_n$, onde n é a ordem do grafo. Ao mesmo tempo são calculadas as matrizes $R_0, R_1, \dots, R_n$. K_n é a matriz de menores custos de ligação, e R_n é a matriz que indica as rotas.

O algoritmo é

```
1: Algoritmo FLOYD-MOD
2: C[n,n] ← matriz de custos.
3: R[n,n] ← 0
4: Gerar K, a partir de C (troque 0 por infinito e ponha 0 na DP)
5: para Q de 1 até N faça
6:   para S de 1 até N faça
7:     para T de 1 até N faça
8:       se K[S][Q] + K[Q][T] < K[S][T] então
9:         K[S][T] ← K[S][Q] + K[Q][T]
10:      se R[S][Q] = 0 então
11:        R[S][T] ← Q
12:      senão
13:        R[S][T] ← R[S][Q]
14:      fim se
15:    fim para
16:  fim para
17: fim para
18: fim para
19: fim algoritmo
```

Ao final, as posições de R que tiverem ZERO devem receber o número da coluna de R.

A origem das contagens é 1 e não zero

Exemplo

Considere, por exemplo, o seguinte grafo

99	99	0	99	5	(7)	(8)	0	(6)	5	(5)	(5)	0	(5)	0
1	2	3	0	1	1	2	3	0	1	0	1	1	0	0
---	2---	3---	4---	1---0	2	3	4	1	0	4	4	4	0	0
Note que em Rf,					Kf=0	1	2	3	2	Rf=1	2	2	2	2
valores ZERO são					3	0	1	2	1	5	2	3	5	5
substituidos pelo					7	8	0	6	5	5	5	3	5	5
número da coluna					1	2	3	0	1	1	1	1	4	5
					2	3	4	1	0	4	4	4	4	5

Considere, por exemplo, a ida do nodo 3 para o nodo 1. Segundo X essa ida custa 7, e verificando a rota (em R), temos

- R[3,1]=5, logo vamos de 3 para 5, pagando 5
- R[5,1]=4, logo vamos de 5 para 4, pagando mais 1 (5+1=6)
- R[4,1]=1, logo chegamos em 1. Fomos de 4 p/ 1 pagando mais 1 (5+1+1=7)

Analise a ida de 4 para 2: Custo 2, Rota: 4-1-2

Idem para ida de 1 para 4: Custo 3, Rota: 2-5-4

Para você fazer

Dada a matriz C a seguir, calcule a matriz K de custos mínimos e a matriz R de roteamento, segundo Floyd modificado.

C =

	1	2	3	4	5	6	7
+	-----						
1	0	7	99	99	99	3	1
2	99	0	99	99	5	4	99
3	99	4	0	3	2	99	99
4	99	6	8	0	1	99	99
5	1	99	99	99	0	99	99
6	3	7	5	8	2	0	2
7	99	99	4	99	99	6	0

Responda agora

R[6][1]	R[2][7]	R[3][2]	K[7][1]	K[4][1]	K[7][1]



- 1 - /

Seja por exemplo, o grafo acima com 5 vértices e 9 arestas O grafo é dirigido, valorado e tem zeros na diagonal principal

Note que inexistência de arco está representada por infinito (=99)

```
K0=0---1--99---5--99  K1=0  1 99  5 99  R1=0  0 0 0 0 0
99| 0 1 99  1  99  0 1 99  1  0 0 0 0 0
99| 99 0 99  5  99 99 0 99  5  0 0 0 0 0
|1| 3 99  0 1  1 (2) 99  0 1  0 (1) 0 0 0
99| 99 99  1 0  99 99 99  1 0  0 0 0 0 0

K1=0 |1| 99  5 99  K2=0  1 (2) 5 (2) R2=0  0 (2) 0 (2)
--99---0---1--99---1  99  0 1 99  1  0 0 0 0 0
99 99| 0 99  5  99 99 0 99  5  0 0 0 0 0
1 |2| 99  0 1  1 2 (3) 0 1  0 {1} (1) 0 0
99 99| 99  1 0  99 99 99  1 0  0 0 0 0 0

K2=0  1 |2| 5 2  K3=0  1 2 5 2  R3=0  0 2 0 2
99 0 |1| 99  1  99 0 1 99  1  0 0 0 0 0
--99--99---0--99---5  99 99 0 99  5  0 0 0 0 0
1 2 |3| 0 1  1 2 3 0 1  0 1 1 0 0
99 99 99| 1 0  99 99 99  1 0  0 0 0 0 0

K3=0  1 2 |5| 2  K4=0  1 2 5 2  R4=0  0 2 0 2
99 0 1 99| 1  99 0 1 99  1  0 0 0 0 0
99 99 0 99| 5  99 99 0 99  5  0 0 0 0 0
---1---2---3---0---1  1 2 3 0 1  0 1 1 0 0
99 99 99 |1| 0  (2) (3) (4) 1 0  (4) (4) (4) 0 0

K4=0  1 2 5 |2|  K5=0  1 2 (3) 2  R5=0  0 2 (2) {2}
99 0 1 99 |1|  (3) 0 1 (2) 1  (5) 0 0 (5) 0
```