Conjuntos

Conjunto é um termo não definido na matemática, mas pode ser entendido como uma coleção de elementos que têm alguma propriedade em comum. As idéias básicas da teoria dos conjuntos foram desenvolvidas por Georg Cantor (1845-1918), por volta de 1875.

Conjuntos são representados pela enumeração de seus componentes ou pelo enunciado da regra comum. Por exemplo, os números naturais são $\{1, 2, 3, 4, ...\}$. Note a presença das chaves.

Outra maneira de representar este conjunto é {x | x é um número natural}. Quando o conjunto tem um número infinito de elementos, no primeiro caso usam-se as reticências (...). Os conjuntos são identificados por letras maiúsculas, então a maneira correta de representar um conjunto pode ser

Conjunto	Enumeração	Regra
Números pares	$P = \{0, 2, 4...\}$	$P = \{x \vert (x \ mod \ 2) = 0\}$
Valores de um dado	$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	
Ímpares positivos menores que 10		
Estações do ano		

Para conjuntos pequenos (por exemplo $\{1, 2, 3\}$, a primeira modalidade parece ser melhor, já para conjuntos maiores, a segunda parece ser preferível. Por exemplo, é melhor escrever $\{x|x \ impar \ entre \ 2 \ e \ 810\}$ do que $\{3, 5, 7, ..., 809\}$.

Um conjunto pode ser vazio, e neste caso ele é representado pela letra grega ϕ, ou menos frequentemente pela indicação $\{\}$. Cuidado para não representar o conjunto vazio por $\{\phi\}$, pois este é um conjunto que tem um único elemento que é o conjunto vazio.

O número de elementos de um conjunto é chamado número cardinal do conjunto e representado por $n(A)$, que se lê o número de elementos do conjunto A. Assim, se o conjunto A for vazio, $n(A) = 0$, se tiver k elementos, $n(A) = k$ e se tiver infinitos elementos, $n(A) = \infty$.

A relação de pertinência, é representada pelo símbolo $\in$, e sua negação por $\notin$. Com estes símbolos pode-se escrever, por exemplo, $2 \notin \{1, 3, 5, ...\}$, ou $quarta \in \{dias \ semana\}$.

Dois conjuntos A e B são considerados iguais, quando as duas condições seguintes são verdadeiras:

1. Todo elemento de A pertence a B, E
2. Todo elemento de B pertence a A.

.

Usando esta regra, pode-se escrever, por exemplo

$\{a, b, c, d\} \quad = \quad \{a, c, d, b\}$
$\{1, 0, 1, 2, 3, 3\} \quad = \quad \{0, 1, 2, 3\}$
$\{3, 2, 5\} \quad \neq \quad \{0, 3, 2, 5\}$

Ex 1: Escreva todos os elementos de
1-$\{12, 13, 14, ..., 20\}$
2-$\{x|x$ é natural impar não maior do que 15$\}$
3-$\{x|x$ é natural, menor do que 13$\}$
4-{ todos os naturais não maiores que 4}
5-$\{3, 9, 27, ..., 729\}$

Ex2: Indique se o conjunto é finito (F) ou infinito (∞)
6-$\{4, 5, 6, ...\}$
7-$\{x|x$ é número natural par $\}$
8-$\{4, 5, 6, ..., 15\}$

Ex3: Indique o $n(A)$ para cada conjunto
9-$A = \{x|x$ é um ladrão de Ali Babá$\}$
10-$A = \{1, 2, 3, ..., 2000\}$
11-$A = \{1, 2, 3, ..., 1000\}$

Ex4: Reescreva os conjunto usando uma regra de formação. Use a variável x. A resposta não é unica.
12-$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
13-$\{7, 9, 11, 13, 15, 17\}$
14-{coritiba, atlético, paraná }

Ex5: Indique se o conjunto está (1) ou não está (0) bem definido
15-$\{x|x$ é um bom filme$\}$
16-$\{x|x$ é um número natural menor do que 1$\}$
17-$\{x|x$ é um número impar maior que 100$\}$

Ex6: Escreva VERDADEIRO (V) ou FALSO (F) nas declarações a seguir
18-$\{3, 7, 12, 14\} = \{3, 7, 12, 14, 0\}$
19-$12 \in \{18, 17, 15, 12, 13\}$
20-$\{3, 9, 12, 3, 9\} = \{12, 3, 9\}$
21-$9 \notin \{2, 1, 5, 8\}$

Subconjuntos

Quando estudamos um problema, surge de maneira natural o *universo do discurso*. Trata-se do conjunto de todas as coisas em consideração naquele problema. Com conjuntos, o universo do discurso é chamado de **Conjunto Universal**. A letra U é usualmente utilizada para representá-lo. A idéia do conjunto universal foi usada por John Venn (1834-1923) nos desenhos chamados de Diagramas de Venn.

Daqui surge o conceito de **complemento** de um conjunto. O conjunto dos elementos de U que não são elementos de A é chamado complemento de A, e representado como A'. Usando a notação de conjuntos $A' = \{x|x \in U \wedge x \notin A\}$.

Dado um universo qualquer, digamos U, qual seria o U'? Usando a definição, seria o conjunto dos elementos de U que não pertencem a U. Ora estes elementos não existem, e portanto U' é vazio, ou $U' = \phi$. Da mesma maneira, $\phi' = U$.

Seja um conjunto qualquer, digamos A. Qualquer elemento de A é também elemento de U, porisso, A é chamado um subconjunto de U, e escreve-se $A \subseteq U$.

Generalizando esta definição para dois conjuntos quaisquer A e B, diz-se que A é um subconjunto de B se qualquer elemento de A é também elemento de B, ou em símbolos, $A \subseteq B$. Quando há algum elemento de B que não está em A, diz-se que A é subconjunto próprio de B e escreve-se $A \subset B$. O conceito formal é $A \subset B$ se e somente se $A \subseteq B \wedge A \neq B$.

Se A é subconjunto de B quando qualquer elemento de A é também elemento de B, então pode-se dizer que A é subconjunto de B quando não há elementos de A que também não sejam elementos de B. Esta segunda definição permite afirmar que o conjunto vazio (ϕ) é subconjunto de qualquer conjunto. Isto é verdade, já que não é possível achar qualquer elemento de ϕ que não esteja em B (ϕ não tem elementos !). Assim o conjunto vazio é subconjunto próprio de qualquer outro conjunto, exceto ele mesmo, ou $\phi \subset B$ se B é diferente de ϕ.

Assim, qualquer conjunto (exceto o vazio) tem ao menos 2 subconjuntos que são ele próprio e o vazio.

Ex9: Escreva $\subseteq$ ou $\not\subseteq$ em cada espaço, de modo que a afirmação seja VERDADEIRA
22-$\{3, 4, 5, 6\}$________$\{x|x$ é número natural impar$\}$
23-$\{1, 5\}$________$\{0, -1, 2, 3, 1, 5\}$
24-$\{0, 1, 2\}$________$\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Ex10: Coloque $\subset$ ou $\subseteq$ de modo que a afirmação seja VERDADEIRA
25-ϕ________ϕ
26-ϕ________$\{0\}$
27-{a,e,i}________{a,e,i}

Número de subconjuntos

O número de subconjuntos de um conjunto que tenha n elementos é 2^n. Já que este número inclui o próprio conjunto, o número de subconjuntos próprios é de $2^n - 1$.

Ex 11: preencha Para os exercícios a seguir considere os seguintes conjuntos
$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$B = \{2, 4, 8, 10\}$
$C = \{4, 10, 12\}$
$D = \{2, 10\}$
Lembrando que U representa o conjunto universal.
28-Existem exatamente 16 subconjuntos de B
29-$A \not\subseteq C$
30-$A \subset U$
31-$D \subseteq B$
32-Existe exatamente 1 subconjunto de ϕ

Ex 12: Ache o número de subconjuntos e o número de subconjuntos próprios de cada conjunto
33-$\{2, 5, 9, 15, 17, 18\}$
34-$\{5, 8, 10, 15, 17\}$
35-$\{6, 9, 1, 4, 3, 2\}$

Ex 13: Seja $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ache o complemento de cada um dos conjuntos
36-$\{2, 5, 7, 9, 10\}$
37-U
38-$\{3, 5, 7, 9\}$

Operações de conjuntos

A **intersecção** dos conjuntos A e B denotada $A \cap B$ é o conjunto dos elementos que pertencem a A e a B, ou matematicamente $A \cap B = \{x|x \in A \wedge x \in B\}$.

Quando dois conjuntos não têm elementos em comum, a sua intersecção é o conjunto vazio. Estes conjuntos são chamados *disjuntos*.

A **união** dos conjuntos A e B denotada $A \cup B$ é o conjunto dos elementos que pertencem a A ou a B, ou matematicamente $A \cup B = \{x|x \in A \vee x \in B\}$.

A **diferença** dos conjuntos A e B denotada $A - B$ é o conjunto dos elementos que pertencem a A mas não pertencem a B, ou matematicamente $A - B = \{x|x \in A \wedge x \notin B\}$.

O **produto cartesiano** dos conjuntos A e B denotado $A \times B$ é o conjunto de todos pares (a, b) possíveis, onde $a \in A$ e $b \in B$, ou matematicamente $A \times B = \{(a, b)|a \in A \wedge b \in B\}$.

O conjunto produto cartesiano terá um número de elementos dado pela expressão: Se $n(A) = a$ e se $n(b) = b$, então $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B) = ab$.