Algoritmos probabilísticos: filtro de Bloom

Os algoritmos probabilísticos vieram tratar um problema que corria o risco de ficar impossível de lidar: o crescimento exponencial das bases de dados e do tamanho das coisas a serem processadas. Por exemplo:

- Como garantir que um número de 1024 bits (2^{1024} =um número decimal com mais de 300 dígitos) seja primo. Apenas para decompor o número e garantir que ele não tem divisores, gasta-se o mais do que o tempo do universo (mais de 13 bilhões de anos).

- Como garantir que um documento recém publicado é uma versão única. Precisa-se compará-lo com bilhões de possíveis candidatos e a busca tem que ser feita byte a byte em cada um.

Uma família importante de algoritmos surge aqui: os algoritmos probabilísticos: eles usam atalhos sem precisar olhar todos os candidatos de forma exaustiva (força bruta). A contrapartida ("não existe almoço gratis") é que eventualmente o resultado gerado pode ser incorreto.

A maneira de lidar com este problema é chamar o algoritmo várias vezes, usalmente, tantas quantas se queira: em geral a cada chamada a probabilidade do erro diminui.

Erros

Há que se definir aqui dois tipos de erros: o falso positivo e o falso negativo. Antes de estudar estes erros no âmbito da ciência da computação vejase um exemplo trivial: ao pesquisar uma possível doença em uma pessoa, o falso positivo seria acusar a doença estando a pessoa sã. O falso negativo seria afirmar que a pessoa não tem a doença e ela está doente. Na ciência da computação, o falso positivo é quando ao estudar a pertinência de um elemento a um conjunto o algoritmo erra e afirma: o elemento PERTENCE ao conjunto e como ele não pertence este é um erro.

O falso negativo para o mesmo problema é afirmar que o elemento não pertence ao conjunto e ele – pelo contrário – pertence. Daí o erro.

Conforme o problema, um dos dois erros pode ser mais provável ou mesmo mais importante que o outro. Cada caso é um caso.

Filtro de Bloom

Uma estrutura de dados probabilística, inventada por Burton Bloom em 1970, que é usada para verificar se um elemento é membro de conjunto de maneira muito rápida e eficaz. O falso positivo (achar que o elemento é membro, mas ele não é) é possível – embora com probabilidade tão baixa quanto se queira, mas o falso negativo (achar que o elemento não é membro e ele é) nunca ocorre. Sua construção usa os seguinte artefatos:

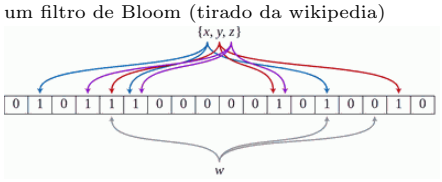
- Um conjunto x_1, x_2, ... x_n de elementos de um universo X.

- Um vetor S de m bits originalmente todos valendo 0.

- Um conjunto de k funções hash, todas diferentes h_1, h_2, ... h_k para as quais dado um valor X devolvem um valor no domínio $(1, ..., m)$ ou seja uma posição no vetor S.

Para agregar um elemento novo de X aplica-se a ele todas as funções k e o resultado dessas funções é tornado 1 em S. Para buscar se um novo elemento pertence ou não a X, a busca retorna "SIM" se todas as funções consultadas possuem um 1 em S.

Da maneira como o filtro é construído, é impossível eliminar um elemento. A solução pode ser um segundo filtro de Bloom contendo os eliminados. Veja no exemplo a seguir o funcionamento de um filtro de Bloom (tirado da wikipedia)



Aqui está o conjunto $\{x, y, z\}$. As flechas mostram as posições no vetor de bits dos resultados após a aplicação das funções de hash a cada um dos elementos. O candidato w não está no conjunto $\{x, y, z\}$ porque ele tem um ou mais valores de hash valendo 0.

Nesta folha, vamos estudar a relação de pertinência de candidatos em um universo (denominado B) de elementos. Cada um terá 150 bytes aleatórios e esperam-se 2.000 ocorrências em B. O algoritmo de força bruta para estudar pertinência exigiria, no pior caso, examinar $150 \times 2000 = 300.000$ *bytes*. Vai-se fazer o mesmo gastando muito menos recursos. Imagine estes números elevados a expoentes grandes...

Vão-se definir 5 funções hash (denominadas h_1, h_2, h_3, h_4 e h_5) e todas elas vão gerar um resultado numérico inteiro entre os intervalos 0..19.999. Consequentemente o nosso filtro terá um comprimento de 20.000 bits. Claro que este número é inteiramente arbitrário e estimado pelo arquiteto da estrutura.

Vai-se definir um filtro (de nome F) que será um vetor binário de 20.000 bits. Após aplicar as 5 funções hash h_i a cada elemento de B vai-se marcar com um 1 a pertinência de B_j no filtro F.

Finalmente, para estudar o funcionamento do algoritmo, vão se gerar 10 candidatos C com 50% de probabilidade de pertencerem ao conjunto original B. Depois, far-se-á uma pequisa de pertinência probabilística de C_k sobre B usando F.

Funções hash propostas

Dado um elemento B, cada função hash devolverá um inteiro (i) entre 0 e 19999 e este inteiro determinará a levantada do bit i em F.

1. $$i = \sum_{j=0}^{len(X)} ord(B_j)$$

   Durante o somatório, deve-se examinar o overflow para evitar dificuldades com o tamanho dos inteiros envolvidos. Como este limite de overflow é inteiramente arbitrário vai-se usar o limite 1.000.000.000 (1 bilhão). Então, se durante a soma o valor ultrapassar 1 bilhão ele será substituído por valor mod 1.000.000.000 e segue o baile. Termina a função o calculo do resto do valor final por 20.000 mais um.

2. A segunda função só vai examinar os bytes j do elemento, onde j é a sequência de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13... Também vai ser feita a soma da função *ord* de cada byte assim escolhido. O mesmo cuidado de overflow a 1.000.000.000 deve ser tomado. A função termina obtendo-se o modulo de 20.000 do resultado final mais um.

3. O elemento vai ser quebrado em pedaços de 64 bits (havendo necessidade de stuffing bits ao final colocar até 7 bytes valendo zeros binários). Esses blocos de 64 bits vão ser quebrados em 2 inteiros de 32 bits cada. Deve-se calcular o mod 20.000 de cada um desses 2 valores e deve se reter o maior valor alcançado. Este valor retido é o resultado final da função hash.

4. Criar uma máscara binária de 64 bits e com o valor `X'02CAFEBABACA2288'`. Depois o elemento deve ter blocos de 64 bits O primeiro bloco deve ser operado usando XOR com a máscara acima, gerando uma nova máscara. Essa deve ser usada na segundo bloco gerando a terceira máscara e assim por diante. Havendo necessidade de stuffing bytes ao final usar até 7 bytes valendo $X'FF'$. O último resultado é convertido em 2 inteiros de 32 bits. Estes valores são subtraídos, o maior menos o menor (ou o primeiro menos o segundo em módulo, tanto faz). O valor obtido é operado com mod 20000 mais um para obter o valor da função hash.

5. Os bytes do elemento das posições 1,2,4,8,16,32,... são convertidos a inteiro e somados, devidamente ponderados por 1,2,4,8,16,... Verificar overflow para 1.000.000.000 como acima descrito. O resultado final da função hash é o mod 20000 mais um desse resultado.

Exemplo Consulte no AVA o arquivo F669EXE1.myd e verifique que para este arquivo, as respostas esperadas são:

```
0 0 1 1 1   1 1 1 1 0
```

☞ Para você fazer

Você receberá o arquivo que foi colocado no AVA de nome

```
F669D001.myd
```

Este arquivo contém 2010 chaves, compostas cada uma de caracteres ASCII. Deve construir um filtro de BLOOM para as primeiras 2000 ocorrências desse arquivo. Depois disto, deve consultar as últimas 10 ocorrências para ver se elas pertencem ou não ao conjunto inicial. É óbvio que a pertinência deve ser verificada via o filtro de Bloom e não por força bruta, pois este é o objetivo de aprendizagem desta folha.

Informe 1 (pertence) ou 0 (não pertence) para cada uma das 10 últimas ocorrências do arquivo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10