

Coloração de grafos

Este é um dos mais famosos problemas NP. Isto significa que sua complexidade é exponencial e que a única maneira (conhecida) de resolver cabalmente o problema é testar todas as possibilidades. Para pequenas instâncias até que é possível. Para instâncias médias ou grandes é impraticável.

Colorir um grafo, é aplicar cores a seus vértices, de maneira que nenhum par de vértices adjacentes tenha a mesma cor, e de maneira que se use o menor número possível de cores.

Um exemplo de uso

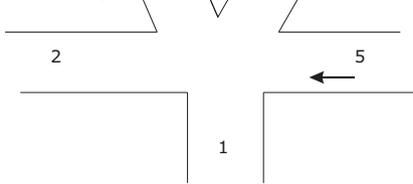
Suponha-se um cruzamento de ruas, conforme mostrado no desenho: Existem

neste cruzamento da figura ?? 5 ruas. Destas, as ruas 3 e 5 tem mão única. As demais (1, 2 e 4) tem duas mãos. Pretende-se instalar um sinaleiro na esquina, e não existe a pretensão de proibir qualquer conversão. Analisando a esquina percebe-se existirem 13 conversões possíveis. (12, 13, 14, 21, 23, 24, 41, 42, 43, 51, 52, 53 e 54).

Nitidamente, existem conversões que podem ser feitas ao mesmo tempo (por exemplo 12 e 54), bem como existem conversões que não podem ser feitas ao mesmo tempo sob risco de colisão dos veículos (por exemplo 14 e 53). Deve-se estudar o problema, propor grupos de conversões que possam ser simultâneas, e finalmente identificar quantas fases deve ter o sinaleiro a fim de que as 13 conversões possam cometidas. Obviamente, o número de fases do sinaleiro deve ser o mínimo possível.

Uma maneira de resolver este problema é construir um grafo. Os vértices serão as 13 conversões possíveis. As arestas do grafo serão as conversões que não podem ser simultâneas. (por exemplo, 12-23, 24-53, etc). O número cromático deste grafo nos dirá a quantidade de fases que o sinaleiro deverá ter.

Eis como ficaria o grafo:



Outra possibilidade é obter o grafo através de sua matriz de adjacência:

	12	13	14	21	23	24	41	42	43	51	52	53	54
12					1	1	1			1			
13						1	1	1		1	1		
14										1	1	1	
21													
23	1							1			1	1	
24	1	1					1				1	1	
41	1	1				1					1	1	
42		1			1							1	
43													
51	1	1	1										
52		1	1		1	1	1						
53			1		1	1	1	1					
54													

A literatura registra 3 possibilidades de resolver este problema:

- Testar todas as possibilidades. Possível para grafos pequenos.
- Buscar informação adicional. Estudar o problema na busca de características que permitam eliminar possibilidades (evitando assim ter que testar todas as possibilidades).
- Usar uma heurística. ("um macete"). Usar esta estratégia conduz a resultados rápidos, não necessariamente ótimos, mas quase sempre aceitáveis.

Uma classe de heurísticas que pode ser usada aqui é a chamada solução pelo algoritmo guloso. A idéia é colorir tantos vértices quantos forem possíveis com a primeira cor. Depois, todos os que forem possíveis com a segunda cor e assim sucessivamente.

Algoritmo guloso

- 1: enquanto houver vértices sem cor faça
- 2: Escolha um vértice ainda incolor e aplique a ele a nova cor
- 3: Verifique todos os vértices ainda sem cor. Se eles não tiverem aresta com um vertice desta cor, aplique a mesma cor a eles.
- 4: fim enquanto

O único detalhe que fica faltando é qual a seqüência de vértices a considerar. Este detalhe pode fazer diferença na implementação. Se se usar uma ordem qualquer (por exemplo os números de nodos), o resultado pode não ser o melhor. Veja-se o exemplo da figura anexa. Se a numeração dos nodos for obedecida, serão necessárias 3 cores. (cor 1=1 e 2; cor 2=3 e 4; cor 3=5). Entretanto é razoável verificar que o grafo pode ser pintado com apenas 2 cores (cor 1=1, 3 e 4; cor 2=2 e 5). Seu número cromático é 2.

O truque que permite melhorar esta estratégia é considerar que quanto maior é o grau de um nodo, mais difícil é pintá-lo. Assim, ao invés de usar uma ordem arbitrária qualquer, sugere-se ordenar os nodos por grau (em ordem decrescente) e começar pelos mais difíceis (de maior grau). Em caso de empate nesta disputa, comece pelo vértice empatante de menor número. Escolhido o vértice, pesquise os demais nodos em ordem crescente sempre começando pelo menor (1, 2, ... n).

Para você fazer

Você deve achar o número mínimo de cores necessárias para colorir o grafo a seguir descrito pela sua matriz de adjacência. O grafo tem 12 vértices e 21 arestas e é não orientado. Eis a matriz de adjacência

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
3	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
4	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
9	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
11	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Responda a seguir

1	Quantas cores são necessárias para colorir este grafo usando o algoritmo guloso acima?	3	qual o número da cor do nodo 1?	2	qual o número da cor do nodo 9?	4

1



- 1 - /

